2019年普通高等学校招生全国统一考试
数学理科冲刺卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合$A=\{x|\frac{1}{2}<x<2\}$,$B=\{x|-1<x<\frac{3}{2}\}$,则$A\cap B=$

A. $\{x|\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\}$　　B. $\{x|-1<x<2\}$

C. $\{x|\frac{1}{2}<x<2\}$　　D. $\{x|-1<x\leqslant\frac{1}{2}$或$\frac{3}{2}\leqslant x<2\}$

2. 已知复数z满足$z\mathrm{i}=2+\mathrm{i}$(其中i为虚数单位),则$z=$

A. $1+2\mathrm{i}$　　B. $1-2\mathrm{i}$　　C. $-1+2\mathrm{i}$　　D. $-1-2\mathrm{i}$

3. 设向量$\boldsymbol{a}=(-1,4)$,$\boldsymbol{b}=(x,8)$,若$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$

A. 5　　B. $\sqrt{13}$　　C. $\sqrt{17}$　　D. $\sqrt{145}$

4. 已知双曲线$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{3}=1$的离心率为$\frac{\sqrt{15}}{3}$,则此双曲线的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　B. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$　　C. $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$　　D. $y=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}x$

5. 已知命题P:"若函数$f(x)$为奇函数,则$f(0)=0$",命题Q:"过点$A(3,1)$作圆$(x-1)^2+y^2=r^2$的切线有且只有一条,则切线方程为$2x+y-7=0$". 则下列命题一定为真命题的是

A. $P\wedge Q$　　B. $P\vee(\neg Q)$　　C. $(\neg P)\wedge Q$　　D. $(\neg P)\wedge(\neg Q)$

6. 对任意的实数x,不等式$ax(x-1)<1$恒成立,则实数a的取值范围是

A. $(-\infty,0)$　　B. $[-4,0)$　　C. $(-4,0]$　　D. $(-\infty,-4]$

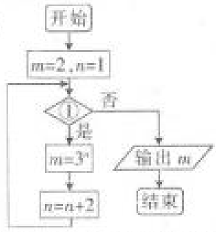
7. 某高校对全体大一新生开展了一次有关"人工智能引领科技新发展"的学术讲座,随后对人工智能相关知识进行了一次测试(满分100分),如图所示是在甲、乙两个学院中各抽取的5名学生的成绩的茎叶图,由茎叶图可知,下列说法正确的是

甲		乙
3	6	9
6 2	7	2 9
3	8	8
6	9	7

①甲、乙的中位数之和为 159；
②甲的平均成绩较低，方差较小；
③甲的平均成绩较低，方差较大；
④乙的平均成绩较高，方差较小；
⑤乙的平均成绩较高，方差较大.

A. ①②④　　B. ①③④　　C. ①③⑤　　D. ②⑤

8. 执行如图所示的程序框图，要使输出的结果为 $m=2187$，则①中应填的条件可以为



A. $n\leqslant 4?$
B. $n\leqslant 5?$
C. $n\leqslant 6?$
D. $n\leqslant 7?$

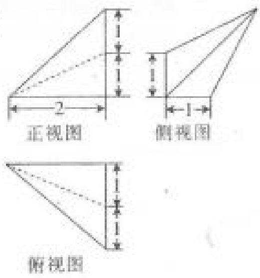
9. “柯西不等式”是由数学家柯西在研究数学分析中的“流数”问题时得到的，但从历史的角度讲，该不等式应当称为柯西－布尼亚科夫斯基－施瓦茨不等式，因为正是后两位数学家彼此独立地在积分学中推而广之，才将这一不等式推广到完善的地步，在高中数学选修教材 4－5 中给出了二维形式的柯西不等式：$(a^2+b^2)(c^2+d^2)\geqslant(ac+bd)^2$，当且仅当 $ad=bc$（即 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$）时等号成立. 该不等式在数学中证明不等式和求函数最值等方面都有广泛的应用. 根据柯西不等式可知函数 $f(x)=2\sqrt{5-x}+\sqrt{x-4}$ 的最大值及取得最大值时 x 的值分别为

A. $\sqrt{5},\frac{21}{5}$　　B. $\sqrt{3},\frac{21}{5}$　　C. $\sqrt{13},\frac{61}{13}$　　D. $\sqrt{29},\frac{61}{13}$

10. 直线 $x=m$，$y=x$ 将圆面 $x^2+y^2\leqslant 4$ 分成若干块，现有 5 种颜色给这若干块涂色，且任意两块不同色，则不可能的涂色种数是

A. 20　　B. 60　　C. 120　　D. 240

11. 我们把有两个侧面是直角三角形的四棱锥称为“直角四棱锥”，如图所示是某直角四棱锥的三视图，则该直角四棱锥的体积为



A. $\frac{4}{3}$

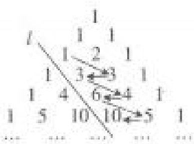
B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $4\sqrt{3}$

12. 如图，在杨辉三角中，斜线 l 的上方从 1 按箭头的方向可以构成一个“锯齿形”数列 $\{a_n\}$：1，3，3，4，6，5，10，…，记其前 n 项和为 S_n，则 $S_{57}=$

（参考公式 $1^2+3^2+\cdots+(2n-1)^2=\frac{1}{3}n(4n^2-1)$）



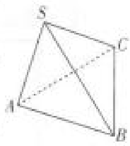
A. 4927　　B. 4957　　C. 4967　　D. 5127

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卷中的横线上.

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=2$，$S_9=45$，则公差 $d=$________.

14. 实数 x,y 满足 $\begin{cases}x+y\leqslant 1\\x-y\leqslant 0\\2x-y+2\geqslant 0\end{cases}$，则 $z=3x-y$ 的最小值为________.

15. 如图所示，在三棱锥 $S-ABC$ 中，侧面 $SAC\perp$ 底面 ABC，底面 ABC 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形，且 $SA\perp SC$，则三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为________.



16. 已知点 $P(1,2)$ 在抛物线 $y^2=2px$ 上，过抛物线的焦点 F 作直线 l（l 的斜率存在）交抛物线于 A,B 两点，则 $|AF|+2|BF|$ 的最小值为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，角 A,B,C 成等差数列.

(1) 若 $b=8,a+c=12$，求△ABC 的面积；

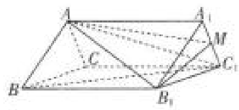
(2) 若△ABC 外接圆的半径为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$，求△ABC 周长的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

如图所示，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，M 为棱 A_1C_1 的中点.

(1) 求证：BC_1 // 平面 AB_1M.

(2) 若 $AA_1\perp$ 平面 ABC，$AB\perp AC$，$AB=AC=AA_1=2$，求二面角 $M-AB_1-C_1$ 的余弦值.



19.(本小题满分12分)

随着经济的不断发展和人们消费观念的不断提升,越来越多的人日益喜爱旅游观光.某人想在2019年5月到某景区A旅游观光,为了避开旅游高峰拥挤,方便出行,他收集了最近5个月该景区的观光人数数据见下表:

月份	2018.12	2019.1	2019.2	2019.3	2019.4
月份编号t	1	2	3	4	5
旅游观光人数y(百万人)	0.5	0.6	1	1.4	1.7

(1)由收集数据的散点图发现,可用线性回归模型拟合旅游观光人数y(百万人)与月份编号t之间的相关关系,请用最小二乘法求y关于t的线性回归方程$\hat{y}=bt+a$,并预测2019年5月景区A的旅游观光人数.

(2)当地旅游局为了预测景区A给当地的财政带来的收入状况,从2019年4月的旅游观光人群中随机抽取了200人,并对他们旅游观光过程中的开支情况进行了调查,得到如下频率分布表:

开支金额(千元)	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6)	[6,7)	[7,8]
频数	10	30	40	60	30	20	10

若采用分层抽样的方法从开支金额低于4千元的游客中抽取8人,再在这8人中抽取3人,记这3人中开支金额低于3千元的人数为X,求X的分布列和数学期望.

(参考公式:$\hat{y}=bx+a$,其中$b=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$,$a=\overline{y}-b\overline{x}$.)

20.(本小题满分 12 分)

设点 P 为圆 $x^2+y^2=3$ 上的动点,过点 P 作 x 轴的垂线,垂足为 Q,动点 M 满足 $\sqrt{3}\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{PQ}$,记点 M 的轨迹为 E.

(1)求曲线 E 的方程;

(2)已知点 $A(0,-1)$,斜率为 k 的直线 l 与曲线 E 交于不同的两点 C,D,且满足 $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AD}|$,试求 k 的取值范围.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=(x^2-2x)\ln x$,$g(x)=x-ax^2$.若函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线 l 与 $g(x)$ 的图象也相切.

(1)求 l 的方程和 a 的值;

(2)设不等式 $f(x)\geqslant-(\frac{m-3}{2}+a)x^2+(m-2)x(m>0)$ 对任意的 $x\in[\frac{1}{e},e]$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{5}\cos\alpha \\ y=-\dfrac{1}{2}+\sqrt{5}\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数),以平面直角坐标系的原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)将曲线 C 的参数方程化为极坐标方程;

(2)设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+t\cos\alpha \\ y=-\dfrac{3}{2}+t\sin\alpha \end{cases}$ (其中 t 为参数),若 l 与曲线 C 相交于 A、B 两点,且 $|AB|=\sqrt{19}$,求直线 l 的斜率.

23.[选修 4—5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x)=|x+2|-|3x-6|$.

(1)在平面直角坐标系中画出函数 $f(x)$ 的图象;

(2)若对 $\forall x\in\mathbf{R}$,$f(x)\leqslant m$ 恒成立,设 $a,b,c\in\mathbf{R}^{+}$,且 $a+b+c=\dfrac{5}{4}m$,求证:$\sqrt{3a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leqslant 5$.

2019年普通高等学校招生全国统一考试
数学理科冲刺卷参考答案
(三)

1. A 本题考查集合的运算. 由题意 $A\cap B=\{x|\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\}$.

2. A 本题考查复数的四则运算和复数相关的基本概念. 由 $zi=2+i$,可得 $z=\frac{2+i}{i}=-i(2+i)=1-2i$,所以复数 z 的共轭复数是 $1+2i$.

3. C 本题考查共线向量,向量的数量积和向量的模等基本概念.
由 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$ 可知,向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线,所以 $(-1)\times 8-4x=0$,解得 $x=-2$,所以 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(1,-4)$,
所以 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{1^2+(-4)^2}=\sqrt{17}$.

4. D 本题考查双曲线的渐近线方程. 由题意 $\frac{\sqrt{-m+3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$,解得 $m=-2$,所以双曲线的方程为 $\frac{y^2}{3}-\frac{x^2}{2}=1$,其渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}x$.

5. C 本题主要考查命题的真假判断. 命题 P 为假命题,只有当函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 上有定义时,才有 $f(0)=0$,命题 Q 为真命题,因为过点 $A(3,1)$ 作圆 $(x-1)^2+y^2=r^2$ 的切线有且只有一条,所以点 A 在圆上,故可得圆的方程为 $(x-1)^2+y^2=5$,圆心坐标为 $M(1,0)$,$k_{AM}=\frac{1-0}{3-1}=\frac{1}{2}$,所以过点 $A(3,1)$ 的切线方程为 $y-1=(-2)\times(x-3)$,化简可得 $2x+y-7=0$.

6. C 本题考查不等式恒成立问题. 当 $a=0$ 时,$ax^2-ax-1=-1<0$,不等式成立;设 $f(x)=ax^2-ax-1$,当 $a\neq 0$ 时,函数 $f(x)$ 为二次函数,$f(x)$ 要恒小于0,抛物线开口向下且与 x 轴没有交点,即 $\begin{cases}a<0\\ \Delta=a^2+4a<0\end{cases}$,解得 $-4<a<0$,综上实数 $a\in(-4,0]$.

7. B 本题考查茎叶图、平均数和方差. 由茎叶图可得甲、乙两组数据的中位数分别为76,79,故甲、乙的中位数之和为155.
$\overline{x}_{甲}=\frac{63+72+76+83+96}{5}=78$,$\overline{x}_{乙}=\frac{69+72+79+88+97}{5}=81$.
$S_{甲}^2=\frac{1}{5}[(63-78)^2+(72-78)^2+(76-78)^2+(83-78)^2+(96-78)^2]=122.8$,
$S_{乙}^2=\frac{1}{5}[(69-81)^2+(72-81)^2+(79-81)^2+(88-81)^2+(97-81)^2]=106.8$.
所以正确的说法是①③④.

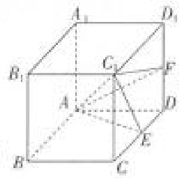
8. D 本题考查程序框图. 执行第一次循环,$m=3$,$n=3$;执行第二次循环,$m=27$,$n=5$;执行第三次循环,$m=243$,$n=7$;执行第四次循环,$m=2187$,$n=9$. 则①中应填的条件可以为 $n\leqslant 7$?.

9. A 本题考查数学文化、归纳推理和不等式. 由柯西不等式可得 $f(x)=2\sqrt{5-x}+\sqrt{x-4}\leqslant\sqrt{(2^2+1^2)[(\sqrt{5-x})^2+(\sqrt{x-4})^2]}=\sqrt{5}$,当且仅当 $2\sqrt{x-4}=\sqrt{5-x}$,即 $x=\frac{21}{5}$ 时取等号.

10. D 本题考查排列组合. 当 $m\leqslant -2$ 或 $m\geqslant 2$ 时,圆面 $x^2+y^2\leqslant 4$ 被分成2块,此时不同的涂色方法有 $5\times 4=$

20 种，当 $-2<m\leqslant-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}\leqslant m<2$ 时，圆面 $x^2+y^2\leqslant4$ 被分成 3 块，此时不同的涂色方法有 $5\times4\times3=60$ 种，当 $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$ 时，圆面 $x^2+y^2\leqslant4$ 被分成 4 块，此时不同的涂色方法有 $5\times4\times3\times2=120$ 种，所以不可能的涂色种数是 240.

11. A　本题考查四棱锥的体积. 由三视图可知，该直角四棱锥为如图所示的四棱锥 $A-DEC_1F$，其中正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E，F 分别为棱 CD，DD_1 的中点，故可得该直四棱锥的体积为 $V=\frac{1}{3}\times2\times\frac{1}{2}\times1\times2\times2=\frac{4}{3}$.



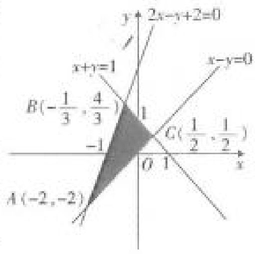
12. B　本题考查数列求和. 从杨辉三角的生成过程可得"锯齿形"数列的通项公式 a_n，当 n 为偶数时，$a_{n+2}=a_n+1$，所以 $\{a_n\}$ 是以 3 为首项，1 为公差的等差数列，所以 $a_n=\frac{n+4}{2}$；当 n 为奇数时，$a_{n+2}=a_n+a_{n-1}(n\geqslant3)$，即 $a_{n+2}-a_n=\frac{n+3}{2}$，所以 $a_5-a_3=3$，$a_7-a_5=4$，…，$a_n-a_{n-2}=\frac{n+1}{2}$，

将上述各式两边分别相加可得 $a_n=\frac{(n+1)(n+3)}{8}$，而 $a_1=1$ 满足该式，故当 n 为奇数时，

$a_n=\frac{(n+1)(n+3)}{8}$，所以 $S_{57}=(a_1+a_3+\cdots+a_{57})+(a_2+a_4+\cdots+a_{56})=\frac{1}{8}[1^2+3^2+\cdots+57^2+4\times(1+3+\cdots+57)+87]+(3+4+\cdots+30)=4957$.

13. 3　本题考查等差数列的性质和通项公式. 由题意 $S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=45$，所以 $a_1+a_9=10$，即 $2a_5=10$，得 $a_5=5$，故公差 $d=a_5-a_4=5-2=3$.

14. -4　本题考查线性规划. 画出可行域如图所示，其中，边界点的坐标分别为 $A(-2,-2)$，$B(-\frac{1}{3},\frac{4}{3})$，$C(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，易知目标函数的直线经过点 $A(-2,-2)$ 时，z 有最小值为 -4.



15. 16π　本题考查简单几何体的外接球及球的表面积. 由题意可知，$\triangle ABC$ 的中心即为三棱锥 $S-ABC$ 外接球的球心，设外接球的半径为 R，由正弦定理知 $\frac{2\sqrt{3}}{\sin60^\circ}=2R$，解得 $R=2$，故三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为 $S=4\pi R^2=16\pi$.

16. $2\sqrt{2}+3$　本题考查抛物线的性质和基本不等式. 抛物线的方程为 $y^2=4x$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线 AB 的方程为 $y=k(x-1)$，联立方程 $\begin{cases}y^2=4x,\\y=k(x-1),\end{cases}$ 解得 $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$，$x_1x_2=1$，由抛物线的性质可知 $|AF|+2|BF|=x_1+1+2(x_2+1)=x_1+2x_2+3\geqslant2\sqrt{2x_1x_2}+3=2\sqrt{2}+3$，

当且仅当 $x_1=2x_2=\sqrt{2}$ 时取等号，所以 $|AF|+2|BF|$ 的最小值为 $2\sqrt{2}+3$.

17. 解：本题主要考查解三角形的相关知识.

(1) 由角 A,B,C 成等差数列，得 $B=\frac{\pi}{3}$，根据余弦定理可得

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-3ac=144-3ac=64$，

解得 $ac=\frac{80}{3}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times\frac{80}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{20\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………… 6 分

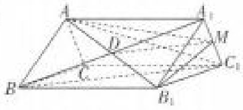
(2) 由正弦定理可得 $\frac{b}{\sin B}=2R$，所以 $b=2R\sin B=2\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4$，

由余弦定理可得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，所以 $a^2+c^2-16=ac$，因为 $a^2+c^2\geqslant 2ac$，

所以 $ac\leqslant 16$（当且仅当 $a=c=4$ 时取等号），所以 $(a+c)^2-2ac-16=ac$，

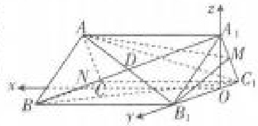
即 $(a+c)^2=3ac+16\leqslant 64$，所以 $a+c\leqslant 8$（当且仅当 $a=c=4$ 时取等号，又因为 $a+c>4$，所以 $8<a+b+c\leqslant 12$，即△ABC 周长的取值范围是 $(8,12]$. ………………………………………………………… 12 分

18. 解：本题主要考查立体几何与空间向量方法.



(1)连接 AB_1 交 A_1B 于点 D，连接 DM，则 D 为 A_1B 的中点，因为 M 为棱 A_1C_1 的中点，所以 $DM/\!/BC_1$.

因为 $DM\subset$ 平面 AB_1M，$BC_1\not\subset$ 平面 AB_1M，所以 $BC_1/\!/$ 平面 AB_1M. …… 4 分



(2)取 B_1C_1 的中点 O，连接 A_1O，过 O 作 $ON/\!/CC_1$ 交 BC 于点 N，因为 $AA_1\perp$ 平面 ABC，$AB\perp AC$，$AB=AC=AA_1=2$，所以 OA_1，OB_1，ON 两两垂直，故以 O 为原点，ON，OB_1，OA_1 分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系. 由题意可得 $M(0,-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$，$B_1(0,\sqrt{2},0)$，$C_1(0,-\sqrt{2},0)$，$A(2,0,\sqrt{2})$，

$\overrightarrow{AB_1}=(-2,\sqrt{2},-\sqrt{2})$，$\overrightarrow{AC_1}=(-2,-\sqrt{2},-\sqrt{2})$，$\overrightarrow{AM}=(-2,-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$.

设平面 AB_1M 的法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$，平面 C_1AB_1 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AB_1}=0,\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AM}=0,\end{cases}$ $\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{AB_1}=0,\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{AC_1}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-2x_1+\sqrt{2}y_1-\sqrt{2}z_1=0,\\ -2x_1-\frac{\sqrt{2}}{2}y_1-\frac{\sqrt{2}}{2}z_1=0,\end{cases}$ $\begin{cases}-2x_2+\sqrt{2}y_2-\sqrt{2}z_2=0,\\ -2x_2-\sqrt{2}y_2-\sqrt{2}z_2=0,\end{cases}$

令 $y_1=-\sqrt{2}$，$z_2=2$，可得 $\boldsymbol{n}_1=(2,-\sqrt{2},-3\sqrt{2})$，$\boldsymbol{n}_2=(-\sqrt{2},0,2)$，设二面角 $M-AB_1-C_1$ 的大小为 θ，则

$\cos\theta=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{24}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，所以二面角 $M-AB_1-C_1$ 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. ……………………… 12 分

19. 解：本题考查回归方程和统计的相关知识.

(1)易知 $\bar{t}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$，$\bar{y}=\frac{0.5+0.6+1+1.4+1.7}{5}=1.04$，

$\sum_{i=1}^{5}t_i^2=55$，$\sum_{i=1}^{5}t_iy_i=18.8$，

$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}t_iy_i-5\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{5}t_i^2-5\bar{t}^2}=\frac{18.8-5\times 3\times 1.04}{55-5\times 3^2}=0.32$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=1.04-0.32\times 3=0.08$，则 y 关于 t 的回归方程为 $\hat{y}=0.32t+0.08$. 当 $t=6$ 时，$\hat{y}=2.00$，即预计 2019 年 5 月景区 A 的旅游观光人数为 2 百万人. ……… 4 分

(2)由题意知开支金额为 $[1,2)$，$[2,3)$，$[3,4)$（单位：千元）应抽取的人数分别为 1，3，4，则 $X=0,1,2,3$，

$P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_8^3}=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$，$P(X=1)=\frac{C_4^1C_4^2}{C_8^3}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$，

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_4^1}{C_8^3}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$，$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_8^3}=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$.

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$

故 X 的数学期望为 $E(X)=0\times\frac{1}{14}+1\times\frac{3}{7}+2\times\frac{3}{7}+3\times\frac{1}{14}=\frac{3}{2}$. ………………………………… 12 分

20. 解：本题考查向量，椭圆方程，直线与椭圆的的位置关系等问题.

(1)设点 $M(x,y)$，$P(x_0,y_0)$，则 $Q(x_0,0)$，故 $\overrightarrow{MQ}=(x_0-x,-y)$，$\overrightarrow{PQ}=(0,-y_0)$，

由 $\sqrt{3}\ \overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{PQ}$ 可得 $\begin{cases}x_0=x\\ y_0=\sqrt{3}y\end{cases}$，因为点 $P(x_0,y_0)$ 在圆 $x^2+y^2=3$ 上，所以 $x_0^2+y_0^2=3$，

即可得 $x^2+(\sqrt{3}y)^2=3$，化简可得曲线 E 的方程为 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$. ………………………………… 5 分

(2)当 $k=0$ 时，显然满足题意，当 $k\neq0$ 时，设 $l_1:y=kx+m(k\neq0)$，联立方程组可得

$\begin{cases}y=kx+m,\\ \frac{x^2}{3}+y^2=1,\end{cases}$ 即 $(1+3k^2)x^2+6kmx+3(m^2-1)=0$，由题意 $\Delta>0$，即 $1+3k^2-m^2>0$， ①

设 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，由根与系数的关系可得 $x_1+x_2=-\frac{6km}{1+3k^2}$，$x_1x_2=\frac{3(m^2-1)}{1+3k^2}$，则 CD 的中点

$F(-\frac{3km}{1+3k^2},\frac{m}{1+3k^2})$，又因为 $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AD}|$，所以 $\overrightarrow{AF}\perp\overrightarrow{CD}$，所以 $k\cdot k_{AF}=-1$，即 $k\cdot\dfrac{\frac{m}{1+3k^2}+1}{-\frac{3km}{1+3k^2}-0}=-1$，化

简可得 $m=\frac{1+3k^2}{2}$， ②

将②代入①可得 $1+3k^2-(\frac{1+3k^2}{2})^2>0$，化简可得 $k^2<1$，解得 $k\in(-1,0)\cup(0,1)$，

综上可得 k 的取值范围是 $(-1,1)$. ………………………………… 12 分

21. 解：本题考查导数的几何意义和导数恒成立问题.

(1) $f(1)=0$，$f'(x)=(2x-2)\ln x+(x^2-2x)\cdot\frac{1}{x}=2(x-1)\ln x+x-2$，$f'(1)=-1$，

故切线 l 的方程为 $y=-(x-1)$，即 $l:x+y-1=0$，

设直线 l 与 $g(x)$ 的图象相切于点 (x_0,y_0)，$g'(x)=1-2ax$，由题意可得 $\begin{cases}1-2ax_0=-1\\ x_0-ax_0^2=y_0\\ x_0+y_0-1=0\end{cases}$，

解得 $a=1$. ………………………………… 5 分

(2)由 $a=1$，得不等式为 $f(x)\geqslant-(\frac{m-3}{2}+1)x^2+(m-2)x$，这等价于不等式

$(x^2-2x)\ln x+\frac{m-1}{2}x^2-(m-2)x\geqslant0$，记 $h(x)=(x^2-2x)\ln x+\frac{m-1}{2}x^2-(m-2)x$，

$h'(x)=(2\ln x+m)(x-1)(\frac{1}{e}\leqslant x\leqslant e)$，令 $h'(x)=0$ 得 $x=1$ 或 $x=e^{-\frac{m}{2}}(m>0)$.

①当 $m\geqslant2$ 时，$e^{-\frac{m}{2}}\leqslant e^{-1}$（舍去），所以 $x=1$. 当 $x\in(\frac{1}{e},1)$ 时，$h'(x)<0$，当 $x\in(1,e)$ 时，

$h'(x)>0$，所以 $h(x)_{min}=h(1)=-\frac{1}{2}(m-3)\geqslant0$ 恒成立，故 $m\leqslant3$，此时 m 的取值范围是 $2\leqslant m\leqslant3$.

②当 $0<m<2$ 时，$e^{-1}<e^{-\frac{m}{2}}<1$，当 $x\in(\frac{1}{e},e^{-\frac{m}{2}})$ 时，$h'(x)>0$，当 $x\in(e^{-\frac{m}{2}},1)$ 时，$h'(x)<0$，当 $x\in(1,e)$

时，$h'(x)>0$，所以 $\min\{h(1),h(\frac{1}{e})\}\geqslant0$，即 $\begin{cases}m\leqslant\frac{8e-3}{2e-1}\\ m\leqslant3\end{cases}$，解得 $m\leqslant3$，可得此时 m 的取值范围是 $0<m<2$.

综合①②可知 $0<m\leqslant 3$,

所以实数 m 的取值范围是 $(0,3]$. …………………………………………………………………… 12 分

22. 解:本题考查极坐标、参数方程等基本知识.

(1)由曲线 C 的参数方程可得曲线 C 的一般方程为 $x^2+y^2-\sqrt{3}x+y-4=0$, ①

将 $x^2+y^2=\rho^2$, $x=\rho\cos\theta$, $y=\rho\sin\theta$, 代入①可得曲线 C 的极坐标方程为

$\rho^2=\sqrt{3}\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+4$. …………………………………………………………………… 4 分

(2)将直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+t\cos\alpha\\ y=-\dfrac{3}{2}+t\sin\alpha\end{cases}$ 代入圆的方程①得 $t^2-2t\sin\alpha-4=0$,

设 A、B 两点对应的参数分别为 t_1, t_2, 则 $\begin{cases}t_1+t_2=2\sin\alpha\\ t_1t_2=-4\end{cases}$,

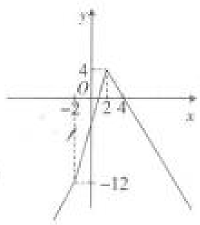
所以 $|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{4\sin^2\alpha+16}=\sqrt{19}$,

所以 $4\sin^2\alpha=3$, $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$,

故直线 l 的斜率为 $k=\sqrt{3}$ 或 $k=-\sqrt{3}$. …………………………………………………………………… 10 分

23. 解:本题考查绝对值不等式问题.

由题意, $f(x)=\begin{cases}2x-8, & x\leqslant -2\\ 4x-4, & -2<x<2\\ -2x+8, & x\geqslant 2\end{cases}$,



$f(x)$ 的图象如图所示. …………………………………………………………………… 5 分

(2)由题意, $m=f(x)_{\max}$, 由(1)知 $m=4$, 所以 $a+b+c=5$.

所以 $\sqrt{3a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leqslant\dfrac{3+a}{2}+\dfrac{1+b}{2}+\dfrac{1+c}{2}=\dfrac{a+b+c+5}{2}=\dfrac{5+5}{2}=5$.

当且仅当 $a=3$, $b=c=1$ 时等号成立. …………………………………………………………………… 10 分