

运城市 2022 - 2023 学年第二学期期末调研测试

高二数学试题

2023.7

本试题满分 150 分,考试时间 120 分钟。答案一律写在答题卡上。

注意事项:

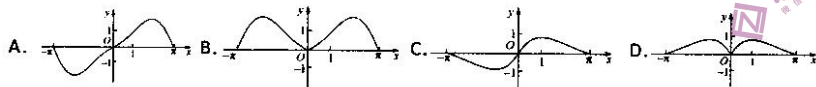
1. 答题前,考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,认真核对条形码上的姓名、准考证号,并将条形码粘贴在答题卡的指定位置上。
2. 答题时使用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔书写,字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号在各题的答题区域(黑色线框)内作答,超出答题区域书写的答案无效。
4. 保持卡面清洁,不折叠,不破损。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | \ln x < 2\}$, $B = \{x | x^2 - 4x - 12 < 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{x | -2 < x < e^2\}$ B. $\{x | -2 < x < 6\}$ C. $\{x | 0 < x < 6\}$ D. $\{3, 4, 5, 6\}$

2. 已知 a, b 都是实数,则“ $a^{\frac{1}{2}} > b^{\frac{1}{2}}$ ”是“ $|a| > |b|$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

3. 函数 $y = \sin x \ln(e^x + e^{-x})$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为



4. 设 $a = \log_3 3$, $b = e^{-1}$, $c = \log_{16} 9 \cdot \log_{27} 8$, 则 a, b, c 的大小关系为
 A. $c < a < b$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

5. 若 $\exists \lambda \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$, 使得 $3x^2 - \lambda x - 1 < 0$ 成立, 则实数 x 取值范围是

- A. $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

6. 血氧饱和度是呼吸循环的重要生理参数。人体的血氧饱和度正常范围是 95% ~ 100%, 当血氧饱和度低于 90% 时, 需要吸氧治疗, 在环境模拟实验室的某段时间内, 可以用指数模型: $S(t) = S_0 e^{Kt}$ 描述血氧饱和度 $S(t)$ 随给氧时间 t (单位: 时) 的变化规律, 其中 S_0 为初始血氧饱和度, K 为参数。已知 $S_0 = 60\%$, 给氧 2 小时后, 血氧饱和度为 80%。若使得血氧饱和度达到 90%, 则至少还需要给氧时间(单位: 时) 为
 (精确到 0.1, 参考数据: $\ln 2 \approx 0.69$, $\ln 3 \approx 1.10$)

- A. 2.9 B. 3.0 C. 0.9 D. 1.0

7. 某艺术团为期三天公益演出, 其表演节目分别为歌唱, 民族舞, 戏曲, 演奏, 舞台剧, 爵士舞, 要求戏曲与爵士舞不得安排在同一天进行, 每天至少进行一类节目, 则不同的演出安排方案共有

- A. 720 种 B. 3168 种 C. 1296 种 D. 5040 种

8. 已知函数 $f(1-x) = x + \frac{x}{a+x}$, 若对于任意 $x_1, x_2 \in (-2, -1)$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > -1$,

则 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$ B. $(-\infty, -3] \cup [-2, +\infty)$
 C. $(-\infty, -3] \cup [-2, 0)$ D. $(-\infty, -3]$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知实数 a, b, c 满足 $a > b > c$ 且 $a + b + c = 0$, 则下列说法正确的是

- A. $\frac{1}{a-c} > \frac{1}{b-c}$ B. $a - c > 2b$ C. $ab + bc > 0$ D. $a^2 > b^2$

10. 下列命题为真命题的是

- A. 幂函数 $f(x)$ 的图像过点 $A\left(2, \frac{1}{8}\right)$, 则 $f(x) = x^{-3}$
 B. 函数 $f(x+1)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(2^x)$ 的定义域为 $[2, 4]$
 C. $x \in \mathbb{R}$, 若 $f(x)$ 是奇函数, $f(x-1)$ 是偶函数, 则 $f(2024) = 0$
 D. 函数 $f(x) = \ln x - \frac{3}{x}$ 的零点所在区间可以是 $(2, 3)$

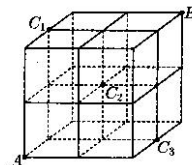
11. 直线 $y = m$ 与函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3, & x \leq 0 \\ |2 - \ln x|, & x > 0 \end{cases}$ 的图像相交于四个不同的点, 若从小到大

交点横坐标依次记为 a, b, c, d , 则下列结论正确的是

- A. $m \in [3, 4]$ B. $abcd \in [0, e^4)$
 C. $c \in \left(\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e}\right)$ D. $a + b + c + d \in \left[e^5 + \frac{1}{e} - 2, e^6 + \frac{1}{e^2} - 2\right)$

12. 商场某区域的行走路线图可以抽象为一个 2×2 的正方体道路网(如图, 图中线段均为可行走的通道), 甲、乙两人分别从 A, B 两点出发, 随机地选择一条最短路径, 以相同的速度同时出发, 直到到达 B, A 为止, 下列说法正确的是

- A. 甲从 A 必须经过 C_1 到达 B 的方法数共有 9 种
 B. 甲从 A 到 B 的方法数共有 180 种
 C. 甲、乙两人在 C_2 处相遇的概率为 $\frac{4}{25}$
 D. 甲、乙两人相遇的概率为 $\frac{11}{50}$



三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = 2x+3$, 则 $f(1) =$ _____.

14. $\left(x + \frac{1}{x}\right)(1+x)^5$ 展开式中含 x^2 项的系数是_____. (请填写具体数值)

15. 某学校组织学生进行答题比赛, 已知共有4道A类试题, 8道B类试题, 12道C类试题, 学生从中任选1道试题作答, 学生甲答对A, B, C这3类试题的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$, 则学生甲答对了所选试题的概率为_____.

16. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = 2f(x)$, 且当 $x \in [2, 4]$ 时,

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x, & 2 \leq x \leq 3, \\ x + \frac{2}{x}, & 3 < x \leq 4, \end{cases} \quad g(x) = ax + 1, \text{ 对 } \forall x_1 \in [-4, -2], \exists x_2 \in [-2, 1],$$

使得 $g(x_2) = f(x_1)$, 则实数 a 的取值范围为_____.

四、解答题:本题共6小题,共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分10分) 在① $x \in A$ 是 $x \in B$ 的必要不充分条件; ② $A \cup B = A$; ③ $A \cap B = \emptyset$ 这三个条件中任选一个, 补充到本题第(2)问的横线处, 求解下列问题:

已知集合 $A = \left\{x \mid \frac{2x+1}{x-2} < 0\right\}$, 集合 $B = \{x \mid a-1 < x < a+1\}$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求 $A \cup B$;

(2) 若选_____, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分12分) 某厂生产不同规格的一种产品, 根据检测标准, 其合格产品的质量 $y(g)$ 与尺寸 $x(mm)$ 之间近似满足关系式 $y = cx^b$ (b, c 为大于0的常数). 按照某项指标测定, 当产品质量与尺寸的比在区间 $\left(\frac{e}{9}, \frac{e}{7}\right) \approx (0.302, 0.388)$ 内时为优等品. 现随机抽取7件合格产品, 测得数据如下:

尺寸 $x(mm)$	28	38	48	58	68	78	88
质量 $y(g)$	14.9	16.8	18.8	20.7	22.4	24	25.5
质量与尺寸的比 $\frac{y}{x}$	0.532	0.442	0.392	0.357	0.329	0.308	0.290

(1) 现从抽取的7件合格产品中任选4件, 记 ξ 为取到优等品的件数, 试求随机变量 ξ 的期望;

(2) 根据测得数据作了初步处理, 得到相关统计量的值如下表:

$\sum_{i=1}^7 x_i$	$\sum_{i=1}^7 y_i$	$\sum_{i=1}^7 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^7 x_i^2$	$\sum_{i=1}^7 (\ln x_i \ln y_i)$	$\sum_{i=1}^7 (\ln x_i)$	$\sum_{i=1}^7 (\ln y_i)$	$\sum_{i=1}^7 (\ln x_i)^2$
406	143.1	8797.8	26348	84.2	28.0	21.0	112.5

根据所给统计量, 求 y 关于 x 的回归方程.

参考公式: 回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

19. (本小题满分12分) 已知 $f(x)$ 的定义域为 R , 且 $f(x+y) + f(x-y) = 3f(x)f(y)$, 且

$$f(1) = \frac{1}{3}.$$

(1) 证明: $f(x)$ 是偶函数;

(2) 求 $\sum_{k=1}^{2025} f(k)$.

20. (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = ax^2 - (a+4)x + 4$.

(1) 解关于 x 的不等式 $f(x) < 0$;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) + ax < 0$ 的解集为 (m, n) ($m > 0, n > 0$), 求 $4m + n$ 的最小值.

21. (本小题满分12分) 某中学为宣传传统文化, 特举行一次《诗词大赛》知识竞赛. 规则如下: 两人一组, 每一轮竞赛中小组两人分别答两题. 若小组答对题数不小于3, 则获得“优秀小组”称号. 已知甲、乙两位同学组成一组, 且甲同学和乙同学答对每道题的概率分别为 p_1, p_2 .

(1) 若 $p_1 = \frac{4}{5}, p_2 = \frac{3}{4}$, 求在第一轮竞赛中, 他们获得“优秀小组”称号的概率;

(2) 若 $p_1 + p_2 = \frac{5}{4}$, 且每轮竞赛结果互不影响. 如果甲、乙同学想在本次竞赛活动中获得6次“优秀小组”称号, 那么理论上至少要进行多少轮竞赛?

22. (本小题满分12分) 已知 $f(x) = e^{x-1} + e^{1-x} + x^2 - 2x + a$,

(1) 证明: $f(x)$ 关于 $x = 1$ 对称;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为3,

(i) 求 a ;

(ii) 不等式 $f(m(e^x + e^{-x}) + 1) > f(e^x - e^{-x})$ 恒成立, 求 m 的取值范围.