

2022 - 2023 学年度下学期第二次阶段性模拟试卷

高一 数学

一、单选题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题意.)

- 已知 $(1+2i)\bar{z}=4+3i$, 其中 $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数, 则复数 z 在复平面上对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 计算 $\sin 78^\circ \cos 18^\circ - \cos 78^\circ \sin 18^\circ =$
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 在空间中, 下列说法正确的是
A. 垂直于同一直线的两条直线平行 B. 垂直于同一直线的两条直线垂直
C. 平行于同一平面的两条直线平行 D. 垂直于同一平面的两条直线平行
- 已知 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$, 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 120° , 则 $2\vec{b}-\vec{a}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为
A. $3-3\vec{a}$ B. $-\frac{1}{2}\vec{a}$ C. $-\frac{3}{2}\vec{a}$ D. $3\vec{a}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 分别根据下列条件解三角形, 其中有唯一解的是
A. $a=25, b=30, A=150^\circ$ B. $a=7, b=5, A=80^\circ$
C. $a=30, b=40, A=30^\circ$ D. $a=14, b=16, A=45^\circ$
- 将函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到函数 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象, 则 $\varphi=$
A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{4}$
- 已知正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的上、下底面面积分别为 $\frac{9\sqrt{3}}{4}, 9\sqrt{3}$, 若 $AA_1=\sqrt{30}$, 则该正三棱台的外接球的表面积为
A. 40π B. 80π C. 30π D. 60π
- 17 世纪法国数学家费马曾提出这样一个问题: 怎样在一个三角形中求一点, 使它到每个顶点的距离之和最小? 现已证明: 在 $\triangle ABC$ 中, 若三个内角均小于 120° , 当点 P 满足 $\angle APB = \angle APC = \angle BPC = 120^\circ$ 时, 则点 P 到三角形三个顶点的距离之和最小, 点 P 被人们称为费马点.

高一数学 第二次阶段性模拟试卷 第1页(共4页)



点. 根据以上性质, 已知 $\vec{a}$ 为平面内任意一个向量, $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ 是平面内两个互相垂直的向量, $|\vec{c}|=2, |\vec{b}|=1$, 则 $|\vec{a}-\vec{b}|+|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{c}|$ 的最小值是

- A. $2-\sqrt{3}$ B. $2+\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}-1$ D. $\sqrt{3}+1$

二、多选题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题意. 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分.)

9. 下列各式的值为 $\frac{1}{2}$ 的是

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\cos^2\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{3}\sin^2\frac{\pi}{12}$ B. $-1+2\cos^215^\circ$
C. $\frac{\tan 22.5^\circ}{1+\tan^2 22.5^\circ}$ D. $\sqrt{\frac{1-\cos 60^\circ}{2}}$

10. 若函数 $f(x) = \cos 2x + \cos x$, 则该函数

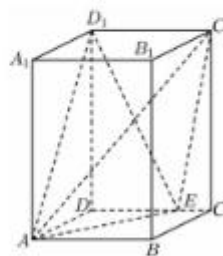
- A. 最小值为 $-\frac{9}{8}$ B. 最大值为 $\sqrt{2}$
C. 在 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上是减函数 D. 奇函数

11. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin \omega x + \cos \omega x$ ($\omega > 0$), 下列说法中正确的有

- A. 若 $\omega = 1$, 则 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上是单调增函数
B. 若 $f(\frac{\pi}{6}+x) = f(\frac{\pi}{6}-x)$, 则正整数 ω 的最小值为 2
C. 若 $\omega = 2$, 把函数 $y = f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $g(x)$ 的图像. 则 $g(x)$ 为奇函数
D. 若 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有 3 个零点, 则 $\frac{17}{6} < \omega \leq \frac{23}{6}$

12. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD=1, AB=\sqrt{3}, AA_1=3$, 点 E 是棱 CD 上的一个动点, 给出下列命题, 其中真命题的是

- A. 不存在点 E , 使得 $BD_1 \perp AE$
B. 三棱锥 D_1-AEC_1 的体积恒为定值
C. 存在唯一的点 E , 过 A, E, C_1 三点作长方体的截面, 使得截面的周长有最小值
D. G 为棱 DD_1 上一点, 若点 E 满足 $CE = 2ED$, 且 $A_1G \parallel$ 平面 AEC_1 , 则 G 为 DD_1 的中点



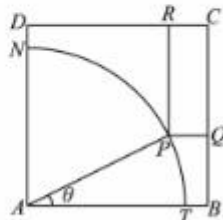
三、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填在答题卡中相应的横线上.)

13. 设 $z = \frac{1+3i}{1+i}$, 则 $|z|$ 等于_____.

14. $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, 若 $A = 60^\circ, a = 3$, 则 $\frac{b+c}{\sin B + \sin C}$ 等于_____.

15. 已知圆锥的侧面展开图是圆心角为 π 且半径为 2 的扇形, 则这个圆锥的体积是_____.

16. 如图所示, $ABCD$ 是一块边长为 7 米的正方形铁皮, 其中 ATN 是一半径为 6 米的扇形, 已经被腐蚀不能使用, 其余部分完好可利用. 工人师傅想在未被腐蚀部分截下一个有边落在 BC 与 CD 上的长方形铁皮 $PQCR$, 其中 P 是弧 TN 上一点. 设 $\angle TAP = \theta$, 长方形 $PQCR$ 的面积为 S 平方米. 则当 $\theta =$ _____时, S 取最大值_____. (第一空 2 分, 第二空 3 分)



四、解答题(本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (10分) 已知 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 2$.

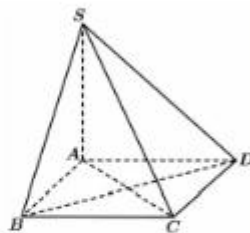
(1) 若 α 的终边位于第三象限角, 求 $2\sin\alpha + \cos\alpha$ 的值;

(2) 求 $\frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}$ 的值.

18. (12分) 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形, $SA \perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 设平面 $SBC \cap$ 平面 $SAD = l$, 求证: $l \parallel BC$;

(2) 求证: 平面 $SAC \perp$ 平面 SBD .



19. (12分) 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为锐角, $\vec{a} = (-1, 2)$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, 且 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影数量为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 若 $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \perp (k\vec{a} - \vec{b})$, 求 k 的值;

(2) 若 $\vec{OA} = \vec{a} - 2m\vec{b}$, $\vec{OB} = -\vec{a} + m\vec{b}$, $\vec{OC} = (m-1)\vec{a} + (m-1)\vec{b}$, 若 A, B, C 三点共线, 求 m 的值.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), $x = \frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的对称轴, 且 $f(x)$

在区间 $(\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3})$ 上单调.

(1) 从条件①、条件②、条件③中选一个作为已知, 使得 $f(x)$ 的解析式存在, 并求出其解析式;

条件①: 函数 $f(x)$ 的图象经过点 $A(0, \frac{1}{2})$;

条件②: $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 是 $f(x)$ 的对称中心;

条件③: $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 是 $f(x)$ 的对称中心.

(2) 根据(1)中确定 $f(x)$, 若 $y = f(x)$ ($x \in [m, \frac{\pi}{2}]$) 的值域为 $[-\frac{1}{2}, 1]$, 求 m 的取值范围.

21. (12分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,

$$\text{且 } b\cos\left(\frac{3\pi}{2} + A\right) + \sin(\pi + B)\sqrt{\frac{6}{1 - \cos 2C}} = 0.$$

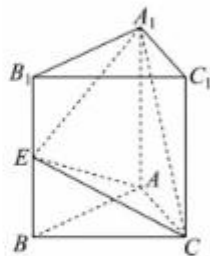
(1) 求 $c\sin A$ 的值;

(2) 若 $2(b\sin C - a\sin C) = c\sin C$, 且 $S_{\triangle ABC} \geq \lambda$, 求实数 λ 的取值范围.

22. (12分) 已知在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1$, E 是棱 BB_1 的中点.

(1) 设 $AB = 2$, 求三棱锥 $A - A_1CE$ 的体积;

(2) 若把平面 A_1EC 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成的锐二面角为 60° 时的正三棱柱称为“黄金棱柱”, 请判断此三棱柱是否为“黄金棱柱”, 并说明理由.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站(网址: www.zizzs.com)和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

自主选拔在线
zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw

自主选拔在线
微信号：zizzsw

自主选拔在线
微信号：zizzsw