秘密 ★ 启用前【考试时间:2023 年 5 月 5 日 15:00～17:00】

乐山市高中 2023 届第三次调查研究考试

数　学(文史类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、座位号和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

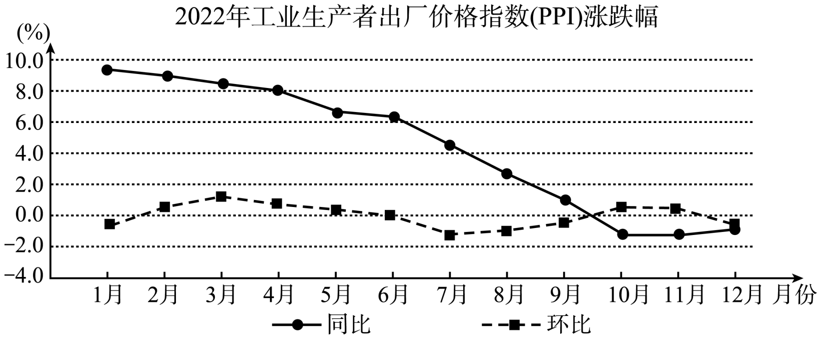
1. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-6\leqslant 0\}$,$B=\{x|-4\leqslant x\leqslant 1\}$,则 $A\cap B=$

A. $[-4,-2]$　　B. $[-3,-2]$　　C. $[-3,1]$　　D. $[-2,1]$

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$,$|\boldsymbol{b}|=1$,则 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=$

A. -4　　B. -2　　C. 0　　D. 4

3. 工业生产者出厂价格指数(PPI)反映工业企业产品第一次出售时的出厂价格的变化趋势和变动幅度,对企业的生产发展和国家宏观调控有着重要的影响.下图是我国 2022 年各月 PPI 涨跌幅折线图.(注:下图中,月度同比是与上年同月作为基期相比较的增长率;月度环比是与上月作为基期相比较的增长率)



下列说法中,最贴切的一项为

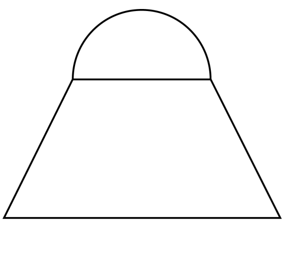
A. 2021 年 PPI 逐月减小

B. 2022 年 PPI 逐月减小

C. 2022 年各月 PPI 同比涨跌幅的方差小于环比涨跌幅的方差

D. 2022 年上半年各月 PPI 同比涨跌幅的方差小于下半年各月 PPI 同比涨跌幅的方差

4. 一个旋转体的正视图如图所示,上面部分是一个直径为 2 的半圆,下面部分是一个下底边长为 4,上底边长和高均为 2 的等腰梯形,则该旋转体的表面积为



A. $2\pi+3\sqrt{5}\pi$　　B. $6\pi+3\sqrt{5}\pi$

C. $7\pi+3\sqrt{5}\pi$　　D. $6\pi+6\sqrt{5}\pi$

5. 已知 a,b 为实数，则“$a>1,b>1$”是“$\log_a b>0$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

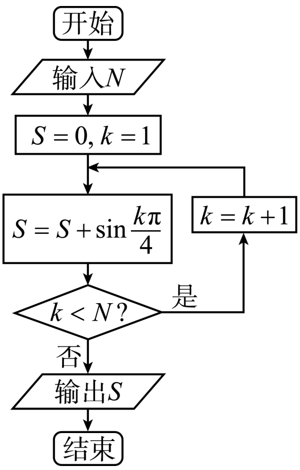
C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

6. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=2a_n+2,a_1=1$，则此数列的通项公式为

A. $a_n=\begin{cases}1,n=1\\3\times2^{n-1},n\geqslant2\end{cases}$　　B. $a_n=\begin{cases}1,n=1\\3^n,n\geqslant2\end{cases}$

C. $a_n=3\times2^{n-1}-2$　　D. $a_n=3^n-2$

7. 执行右图所示的程序框图，若输入 N 的值为 8，则输出 S 的值为



A. $-\sqrt{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 0　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 将函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，所得图象的函数

A. 在区间$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$上单调递减

B. 在区间$\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$上单调递减

C. 在区间$[\pi,2\pi]$上单调递增

D. 在区间$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$上单调递增

9. 已知抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 F，准线为 l，过点 F 的直线交 C 于 P,Q 两点，$PH\perp l$ 于 H，若 $|HF|=|PF|$，O 为坐标原点，则$\triangle OFH$ 与$\triangle OFQ$ 的面积之比为

A. 8　　B. 4　　C. 3　　D. 2

10. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $a_1=-9,a_2+a_4=-10$，则 S_n 的最小值为

A. -25　　B. -35　　C. -45　　D. -55

11. 已知函数 $y=e^x-ax$ 有两个零点 x_1,x_2，函数 $y=\ln x-\frac{1}{a}x$ 有两个零点 x_2,x_3，给出下列三个结论：①$x_1=\ln x_2$；②$x_3=e^{x_2}$；③$x_1\cdot x_3=x_2^2$. 其中所有正确结论的序号是

A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ①②③

12. 设 O 为坐标原点，F_1,F_2 是双曲线 $H:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点. 过 F_1 作圆 O：$x^2+y^2=b^2$ 的一条切线 F_1T，切点为 T，线段 F_1T 交 H 于点 M，若 $\sin\angle F_1MF_2=\frac{4}{5}$，$\triangle OMT$ 的面积为 1，则 H 的方程为

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$　　C. $x^2-\frac{y^2}{16}=1$　　D. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 计算：$\frac{2}{1+i}=$______.

14. 已知 x,y 满足约束条件$\begin{cases}2x-3y+6\geqslant0,\\2x+y+2\geqslant0,\\x\leqslant1,\end{cases}$ 则 $3x-y$ 的最小值为______.

15. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 定义域均为 $\mathbf{R}$，且 $f(x)+f'(x)>0$，$f(1)=2$，则关于 x 的不等式 $f(x)>2e^{1-x}$ 的解集为______.

16. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1=2$，空间中的点 P 满足 $\overrightarrow{CP}=m\overrightarrow{CB}+\left(\frac{3}{2}-m\right)\overrightarrow{CC_1}$，其中 $m\in\left[0,\frac{3}{2}\right]$. 下列命题中，真命题有______（填所有真命题的序号）.

①当 $m=0$ 时，$AP=\sqrt{10}$；

②当 $m=\frac{1}{2}$ 时，平面 $AA_1P\perp$ 平面 BCC_1B_1；

③当 $m=1$ 时，直线 AP 与直线 BC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$；

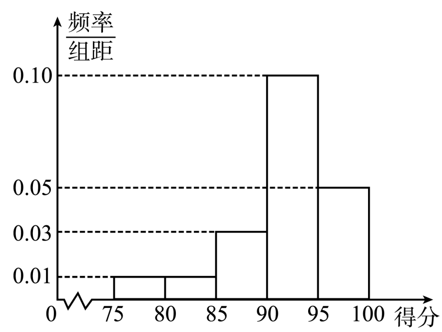
④对 $\forall m\in\left[0,\frac{3}{2}\right]$，三棱锥 $P-ABC_1$ 的体积是定值.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某地区为深入贯彻二十大精神，全面推进乡村振兴，进一步优化农产品结构，准备引进一条农产品加工生产线. 现对某条生产线进行考察，在该条生产线中随机抽取了 200 件产品，并对每件产品进行评分，得分均在[75，100]内，制成如图所示的频率分布直方图，其中得分不低于 90 产品为“优质品”.



（1）求在该生产线所抽取 200 件产品的评分的均值（同一区间用区间中点值作代表）；

（2）在这 200 件产品的“优质品”中，采用分层抽样的方法共抽取了 6 件. 若在这 6 件产品中随机抽取 2 件进行质量分析，求“抽取的两件产品中至少有一件产品的得分在[95，100]”的概率.

18.（12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c. 已知 $\sin A:\sin B:\sin C=1:\sqrt{2}:2$，$b=2$.

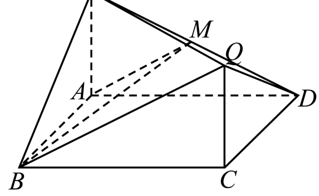
（1）求 c 的值；

（2）求 $\cos A$ 的值；

（3）求 $\sin\left(A-\frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

19.（12 分）

如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$CQ\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=CQ=2$，M 为棱 PD 上一点.



（1）是否存在点 M，使得直线 $AM//$ 平面 BPQ？若存在，请指出点 M 的位置并说明理由；若不存在，请说明理由；

（2）当 $AM\perp PD$ 时，求多面体 $PABQM$ 的体积.

20.(12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(\sqrt{2},0)$，并且经过点 $\left(1,\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

(1)求 C 的方程；

(2)过 F 的直线交 C 于 P，Q，交直线 $x=2\sqrt{2}$ 于点 N，记 OP，OQ，ON 的斜率分别为 k_1，k_2，k_3，探索三个数 $\dfrac{1}{k_1}$，$\dfrac{1}{k_3}$，$\dfrac{1}{k_2}$ 是否成等差数列，并证明你的结论.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x+ax+2$.

(1)若 $f(x)$ 单调递增，求 a 的取值范围；

(2)若 $x\geqslant 0$，$f(x)\geqslant \sin x+\cos x$，求 a 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+\sqrt{2}\cos\theta,\\ y=1+\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数). 以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)写出 C 的极坐标方程；

(2)设射线 $l_1:\theta=\pi(\rho\geqslant 0)$ 和射线 $l_2:\theta=\dfrac{\pi}{2}+\alpha\left(\rho\geqslant 0,0\leqslant\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 与 C 分别交于 A，B 两点，求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=\left|\dfrac{1}{2}x-2\right|+\left|\dfrac{1}{2}x+1\right|+\dfrac{1}{2}x+2$.

(1)画出 $f(x)$ 的图象，并写出 $f(x)\leqslant 6$ 的解集；

(2)令 $f(x)$ 的最小值为 T，正数 a，b 满足 $a+b=T$，证明：$\dfrac{1}{a^2+1}+\dfrac{1}{b^2+1}\geqslant\dfrac{T}{10}$.