

# 武汉市 2023 届高中毕业生二月调研考试

## 数 学 试 卷

武汉市教育科学研究院命制

2023. 2. 14

本试题卷共 5 页, 22 题, 全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 8x + 12 \geq 0\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$   
A.  $\{2, 3, 4, 5\}$       B.  $\{2, 3, 4, 5, 6\}$       C.  $\{3, 4, 5\}$       D.  $\{3, 4, 5, 6\}$
2. 若虚数  $z$  使得  $z^2 + z$  是实数, 则  $z$  满足  
A. 实部是  $-\frac{1}{2}$       B. 实部是  $\frac{1}{2}$       C. 虚部是  $-\frac{1}{2}$       D. 虚部是  $\frac{1}{2}$
3. 平面向量  $\mathbf{a} = (-2, k)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 4)$ , 若  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ , 则  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| =$   
A. 6      B. 5      C.  $2\sqrt{6}$       D.  $2\sqrt{5}$
4. 南宋数学家杨辉为我国古代数学研究作出了杰出贡献, 他的著名研究成果“杨辉三角”记录于其重要著作《详解九章算法》, 该著作中的“垛积术”问题介绍了高阶等差数列. 以高阶等差数列中的二阶等差数列为例, 其特点是从数列中的第二项开始, 每一项与前一一项的差构成等差数列. 若某个二阶等差数列的前 4 项为: 2, 3, 6, 11, 则该数列的第 15 项为  
A. 196      B. 197      C. 198      D. 199

数学试卷 第 1 页(共 5 页)

1

官方微信公众号: zizzsw  
官方网站: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)

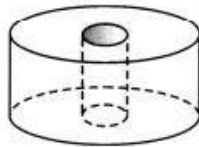
咨询热线: 010-5601 9830  
微信客服: zizzs2018

5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq a \\ 2^x, & x > a \end{cases}$ , 若  $f(x)$  的值域是  $\mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, 0]$       B.  $[0, 1]$       C.  $[0, +\infty)$       D.  $(-\infty, 1]$

6. 某车间需要对一个圆柱形工件进行加工, 该工件底面半径 15cm, 高 10cm, 加工方法为在底面中心处打一个半径为  $r$  cm 且和原工件有相同轴的圆柱形通孔. 若要求工件加工后的表面积最大, 则  $r$  的值应设计为

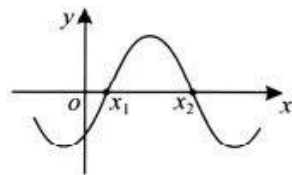
- A.  $\sqrt{10}$       B.  $\sqrt{15}$       C. 4      D. 5



7. 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  的部分图象如图所示, 其中  $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$ . 在

已知  $\frac{x_2}{x_1}$  的条件下, 则下列选项中可以确定其值的量为

- A.  $\omega$       B.  $\varphi$       C.  $\frac{\varphi}{\omega}$       D.  $A \sin \varphi$



8. 设  $A, B$  是半径为 3 的球体  $O$  表面上两定点, 且  $\angle AOB = 60^\circ$ , 球体  $O$  表面上动点  $P$  满足  $PA = 2PB$ , 则点  $P$  的轨迹长度为

- A.  $\frac{12\sqrt{11}}{11} \pi$       B.  $\frac{4\sqrt{15}}{5} \pi$       C.  $\frac{6\sqrt{14}}{7} \pi$       D.  $\frac{12\sqrt{13}}{13} \pi$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 若椭圆  $\frac{x^2}{m^2+2} + \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$  的某两个顶点间的距离为 4, 则  $m$  的可能取值有

- A.  $\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{7}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 2

10. 在一次全市视力达标测试后, 该市甲乙两所学校统计本校理科和文科学生视力达标率结果得到下表:

	甲校理科生	甲校文科生	乙校理科生	乙校文科生
达标率	60%	70%	65%	75%

定义总达标率为理科与文科学生达标人数之和与文理科学生总人数的比, 则下列说法中正确的有

- A. 乙校的理科生达标率和文科生达标率都分别高于甲校  
 B. 两校的文科生达标率都分别高于其理科生达标率  
 C. 若甲校理科生和文科生达标人数相同, 则甲校总达标率为 65%  
 D. 甲校的总达标率可能高于乙校的总达标率



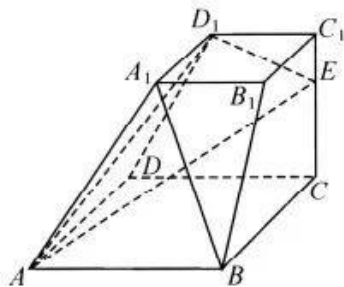
18. (12分)

如图,四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的下底面和上底面分别是边长为 4 和 2 的正方形,侧

棱  $CC_1$  上点  $E$  满足  $\frac{C_1E}{C_1C} = \frac{1}{3}$ .

(1)证明:直线  $A_1B \parallel$  平面  $AD_1E$ ;

(2)若  $CC_1 \perp$  平面  $ABCD$ ,且  $CC_1 = 3$ ,求直线  $BB_1$  与平面  $AD_1E$  所成角的正弦值.



19. (12分)

在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 2$ ,  $D$  为  $AB$  中点,  $CD = \sqrt{2}$ .

(1)若  $BC = \sqrt{2}$ ,求  $AC$  的长;

(2)若  $\angle BAC = 2\angle BCD$ ,求  $AC$  的长.

20. (12分)

口袋中共有 7 个质地和大小均相同的小球,其中 4 个是黑球,现采用不放回抽取方式每次从口袋中随机抽取一个小球,直到将 4 个黑球全部取出时停止.

(1)记总的抽取次数为  $X$ ,求  $E(X)$ ;

(2)现对方案进行调整:将这 7 个球分装在甲乙两个口袋中,甲袋装 3 个小球,其中 2 个是黑球;乙袋装 4 个小球,其中 2 个是黑球.采用不放回抽取方式先从甲袋每次随机抽取一个小球,当甲袋的 2 个黑球被全部取出后再用同样方式在乙袋中进行抽取,直到将乙袋的 2 个黑球也全部取出后停止.记这种方案的总抽取次数为  $Y$ ,求  $E(Y)$  并从实际意义解释  $E(Y)$  与(1)中的  $E(X)$  的大小关系.

21. (12分)

过坐标原点  $O$  作圆  $C: (x+2)^2 + y^2 = 3$  的两条切线, 设切点为  $P, Q$ , 直线  $PQ$  恰为抛物线  $E: y^2 = 2px (p > 0)$  的准线.

(1) 求抛物线  $E$  的标准方程;

(2) 设点  $T$  是圆  $C$  上的动点, 抛物线  $E$  上四点  $A, B, M, N$  满足:  $\vec{TA} = 2\vec{TM}$ ,  $\vec{TB} = 2\vec{TN}$ , 设  $AB$  中点为  $D$ .

(i) 求直线  $TD$  的斜率;

(ii) 设  $\Delta TAB$  面积为  $S$ , 求  $S$  的最大值.

22. (12分)

已知关于  $x$  的方程  $ax - \ln x = 0$  有两个不相等的正实根  $x_1$  和  $x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ .

(1) 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 设  $k$  为常数, 当  $a$  变化时, 若  $x_1 x_2$  有最小值  $e^k$ , 求常数  $k$  的值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线