

机密★启用前

华大新高考联盟名校 2020 年 5 月高考预测考试

理科数学

本试题卷共 4 页, 23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上, 并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答: 先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后, 请将答题卡上交。

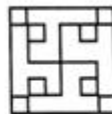
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, $B = \left\{x \left| y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right.\right\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 2 < x < 3\}$ C. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | x > 1\}$

2. 右图来自中国古代的木纹饰图。若大正方形的边长为 6 个单位长度, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, 则在大正方形内随机取一点, 此点取自图形中小正方形内的概率是

- A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{9}$



3. 设有下面两个命题:

p_1 : 复数 $z \in \mathbf{R}$ 的充要条件是 $z = \bar{z}$;

p_2 : 若复数 z 所对应的点在第一象限, 则复数 $\frac{z}{i}$ 所对应的点在第四象限.

那么下列命题中, 真命题是

- A. $p_1 \wedge p_2$ B. $(\neg p_1) \wedge p_2$ C. $p_1 \wedge (\neg p_2)$ D. $(\neg p_1) \wedge (\neg p_2)$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $a_2 + a_5 = 3a_3$, 且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 6, 则 $a_5 =$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x) = 3\sin x - 2x + 1$, 则 $f(x)$ 的最大值与最小值之和等于

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

理科数学试题 第 1 页(共 4 页)




6. $(1-x) \cdot (x + \frac{1}{x} + 2)^4$ 的展开式中 x 的系数是

- A. 10 B. 2 C. -14 D. 34

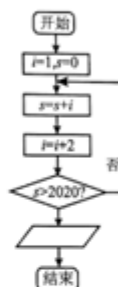
7. 一个几何体的三视图如图所示, 其中正视图是一个正三角形, 记该几何体的外接球的体积为 V_1 , 该几何体的体积为 V_2 , 则 V_1 与 V_2 的比值为

- A. $\frac{9\pi}{4}$ B. $\frac{9\pi}{8}$
C. $\frac{10}{9}\pi$ D. $\frac{32}{9}\pi$



8. 如图所示的程序框图是为了求出满足 $1+3+5+\dots+n \leq 2020$ 的最大正奇数 n 的值, 那么在框  中, 可以填

- A. “输出 $i-4$ ”
B. “输出 $i-2$ ”
C. “输出 $i-1$ ”
D. “输出 i ”



9. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上当 $x = \theta$ 时取得最大值, 将 $f(x)$ 的图象向左平移 θ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象, 则

- A. $g(x) = 2\cos 2x$ B. $g(x) = -2\cos 2x$
C. $g(x) = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$ D. $g(x) = -\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线与双曲线的左支交于 A, B 两点, 若 $\angle AF_2B = 60^\circ$, 则 $\triangle AF_2B$ 的内切圆半径为

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 2

11. 数学上有很多著名的猜想, 角谷猜想就是其中之一, 它是指对于任意一个正整数, 如果是奇数, 则乘 3 加 1, 如果是偶数, 则除以 2, 得到的结果再按照上述规则重复处理, 最终总能够得到 1. 对任意正整数 a_0 , 记按照上述规则实施第 n 次运算的结果为 $a_n (n \in \mathbb{N}^*)$, 则使 $a_n = 1$ 的 a_0 所有可能取值的个数为

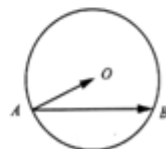
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

12. 已知实数 a, b 满足 $\log_2 a = \log_3 b$, 给出五个关系式: ① $a^b < b^a$; ② $a^b = b^a$; ③ $a^b > b^a$; ④ $a^b < a^a$; ⑤ $b^b < b^a$. 其中不可能成立的关系式有

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如图所示, A, B 是圆 O 上的两点, 若 $\vec{AB} \cdot \vec{AO} = 2$, 则弦 AB 长为_____.



14. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 2 \\ x+y \geq 1 \\ y \leq 2x-2 \end{cases}$, 则 $z = x+2y$ 的最小值为_____.

15. 已知抛物线 $x^2 = y$ 的焦点为 F , 过 F 作两条夹角为 30° 的直线 m, n , 直线 m 与抛物线交于点 P, Q , 直线 n 与抛物线交于点 M, N , 则 $\frac{1}{|PQ|} + \frac{1}{|MN|}$ 的最小值为_____.

16. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle DAB = 60^\circ$, $PA = PD$, $\angle APD = 90^\circ$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, Q 点是 $\triangle PBC$ 内的一个动点(含边界), 且满足 $DQ \perp AC$, 则 Q 点所形成的轨迹长度是_____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c ,满足 $a \sin B \cos C + c \sin B \cos A = \frac{1}{2}b$ 且 $a > b$ 。

(1)求角 B 的大小;

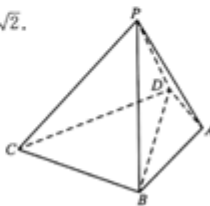
(2)若 $b=1$, BC 边上的中线 AM 的长为 $\frac{1}{2}a$,求 $\triangle ABC$ 的面积。

18. (12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $BC=BD=DC=2\sqrt{3}$, $AD=AB=PD=PB=2$, $PA=\sqrt{2}$ 。

(1)求证:平面 $PBD \perp$ 平面 $ABCD$;

(2)求二面角 $C-PD-B$ 的余弦值。



19. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,点 $(2, \sqrt{2})$ 在椭圆 C 上。

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)过点 $P(0, -2)$ 任作椭圆 C 的两条相互垂直的弦 AB, CD ,设 M, N 分别是 AB, CD 的中点。则直线 MN 是否过定点?若过,求出该定点坐标;若不过,请说明理由。

20. (12 分)

近年来,我国肥胖人群的规模急速增长,肥胖人群有很大的心血管安全隐患。目前,国际上常用身体质量指数(Body Mass Index,缩写为 BMI)来衡量人体胖瘦程度以及是否健康,其计算公式是

$$\text{BMI} = \frac{\text{体重(单位:kg)}}{\text{身高}^2(\text{单位:m}^2)}$$

中国成人的 BMI 数值标准为: $\text{BMI} \leq 18.4$ 为偏瘦; $18.5 \leq \text{BMI} \leq 23.9$ 为正常; $24 \leq \text{BMI} \leq 27.9$ 为肥胖; $\text{BMI} \geq 28$ 为肥胖。

为了解某公司员工的身体质量指数,研究人员从公司员工体检数据中,抽取了 8 名员工(编号 1~8)的身高 $x(\text{cm})$ 和体重 $y(\text{kg})$ 数据,并计算得到他们的 BMI 值(精确到 0.1)如下表:

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
身高(cm)	164	176	165	163	170	172	168	182
体重(kg)	60	72	77	54	●	●	72	55
BMI(近似值)	22.3	23.2	28.3	20.3	23.5	23.7	25.5	16.6

(I)现从这 8 名员工中选取 2 人进行复检,记抽取到 BMI 值为“正常”员工的人数为 X ,求 X 的分布列及数学期望。

(II)某调查机构分析发现公司员工的身高 $x(\text{cm})$ 和体重 $y(\text{kg})$ 之间有较强的线性相关关系,在编号为 6 的体检数据丢失之前调查员甲已进行相关的数据分析,并计算得出该组数据的线性回归方程为 $\hat{y} =$

理科数学试题 第 3 页(共 4 页)



0. $5x + \hat{a}$, 且根据回归方程预估一名身高为 180cm 的员工体重为 71kg, 计算得到的其他数据如下: $\bar{x} =$

$$170, \sum_{i=1}^8 x_i y_i = 88920.$$

(1) 求 \hat{a} 的值及表格中 8 名员工体重的平均值 \bar{y} ;

(2) 在数据处理时, 调查员乙发现编号为 8 的员工体重数据有误, 应为 63kg, 身高数据无误. 请你根据调查员乙更正的数据重新计算线性回归方程, 并据此预估一名身高为 180cm 的员工的体重.

(附: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘法估

$$\text{计分别为: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.)$$

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + ax, g(x) = (a+1)\ln x (a < 0)$.

(1) 若点 $P(x_0, y_0)$ 为函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 图象的唯一公共点, 且两曲线存在以点 P 为切点的公共切线, 求 a 的值;

(2) 若函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = m - \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数, } m \in \mathbf{R}).$$
 以原点 O 为极点,

x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{3}{3-2\cos^2\theta} (0 \leq \theta < \pi)$.

(1) 写出曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 已知 $m < -\sqrt{3}$, 点 P 是曲线 C_1 上一点, 点 P 到曲线 C_2 的最大距离为 $2\sqrt{2}$, 求 m 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |ax+1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) + |2x-1| > 3$ 的解集;

(2) 设 $g(x) = 1 + |x|$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“**答题模板**”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”，即可获取《高考考前必背知识点》