

2022~2023 学年高一(下)第三次月考 数学参考答案

1. B 这 5 万名高中生的身高的全体是指总体,故选 B.
2. A 依四棱柱、直四棱柱、正四棱柱和长方体的定义,易得 A 正确. 故选 A.
3. B 设 $z=bi, b \in \mathbf{R}$, 由 $z(1+i)=a+i$, 可得 $-b+bi=a+i$, 所以 $\begin{cases} a=-b, \\ b=1, \end{cases}$ 解得 $a=-1$.
4. B 一定不变的数字特征是中位数.
5. A 设 $C(x, y)$, 则 $\overrightarrow{AB}=(3, -6), \overrightarrow{CB}=(2-x, -5-y)$, 因为点 C 是靠近点 B 的三等分点, 所以 $1=2-x, -2=-5-y$, 即 $x=1, y=-3$. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}=(-1, 1) \cdot (1, -3)=-1-3=-4$.
6. C 平均数为 $\frac{(3x_1-1)+(3x_2-1)+\cdots+(3x_n-1)}{n}=\frac{3(x_1+x_2+\cdots+x_n)-n}{n}=\frac{3nx-n}{n}=3x-1$,
方差为 $\frac{[(3x_1-1)-(3x-1)]^2+[(3x_2-1)-(3x-1)]^2+\cdots+[(3x_n-1)-(3x-1)]^2}{n}=\frac{9[(x_1-x)^2+(x_2-x)^2+\cdots+(x_n-x)^2]}{n}=9s^2$, 故选 C.
7. C 从 7 块木板中任意取出 2 块的取法有 21 种, 这 2 块木板全等的取法有 2 种, 故所求的概率是 $\frac{2}{21}$.
8. A 由题可知 $A \subseteq B$, 即 $A+B=B, A \cap B=A$, 所以 $P(A+B)=P(B), P(AB)=P(A)=P(C)$.
9. AB 该地区 2023 年的学生人数约为 $\frac{1.2}{0.08}=15$ 万, 该地区 2023 年高中生的人数比八年级学生人数的 2 倍还多, 该地区 2023 年小学生的人数少于初中生、高中生和大学生的人数之和, 该地区 2023 年九年级的学生人数在初中生人数中的占比约为 39.1%, 故选 AB.
10. ACD 因为 $\sin x \in [-1, 1]$, 所以事件“若 $x \in \mathbf{R}$, 则 $\sin x = \pi$ ”是不可能事件; 已知某兴趣小组有 11 人, 事件“该兴趣小组中至少有两人生肖相同”不是必然事件; 现有分别写有数字 1, 2, 3, 4, 5 的五张白色卡片、五张黄色卡片, 从中抽取两张卡片, 事件“两张卡片的颜色相同”和事件“两张卡片的数字相同”是互斥事件; 现有分别写有数字 1, 2, 3, 4, 5 的五张白色卡片、五张黄色卡片, 从中抽取两张卡片, 事件“两张卡片数字之和为偶数”和事件“两张卡片数字的奇偶性不相同”是互斥且对立事件. 故选 ACD.
11. BCD 对于选项 A, 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则 a 与 b 平行、相交或异面, 选项 A 错误; 对于选项 B, 若 $a \perp \alpha, a \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$, 选项 B 正确; 对于选项 C, 若过点 P 所作的直线同时与 α, β 都平行, 则这条直线与 a 平行, 故只有一条, 选项 C 正确; 对于选项 D, 过点 P 分别作与直线 a 和平面 α 所成角是 45° 的射线, 所有射线形成两个圆锥, 因为直线 a 与平面 α 所成的角为 30° , 所以两圆锥的侧面相交, 交线有两条, 选项 D 正确. 故选 BCD.

12. AC “第一次取到的是红球”的概率 $P_1 = \frac{3}{5}$, “第二次取到的是红球”的概率 $P_2 = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{5}$, “第一次和第二次取到的都是红球”的概率 $P_3 = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$, 所以 $P_1 = P_2$, $P_3 \neq P_1 P_2$, 故 A 正确, B 错误. “第二次取到的是蓝球”的概率为 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{5}$, “第一次和第二次取到的是同一个颜色的球”的概率 $P_4 = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{5}$, 故 C 正确. “三次取到的都是红球”的概率 $P_5 = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$, “三次取到的都是红球且第一次和第二次取到的是同一个颜色的球”的概率 $P_6 = \frac{1}{10} \neq P_5 P_4$, 故 D 错误.

13. 44 依题意得 $\frac{3}{3+4+4} \times n = 12$, 解得 $n = 44$, 即样本容量为 44.

14. $\frac{8}{25}$ 电路正常运行的概率为 $\frac{3}{5} \times (1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}) \times \frac{3}{5} = \frac{8}{25}$.

15. 8(或 11 或 12, 写对一个即得满分) 这组数据的 60% 分位数为 $\frac{a_3 + a_4}{2}$, 这组数据的 30% 分

位数为 a_2 , 据题意有 $\frac{a_3 + a_4}{2} = 1.5a_2$, 即 $a_3 + a_4 = 3a_2$,

因为 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 25$, 即 $a_1 + 4a_2 + a_5 = 25$, 所以 $2 \leq a_2 \leq 4$.

若 $a_2 = 2$, 则 $a_1 = 1, a_3 + a_4 = 6$, 无法找到满足题意的 a_3 和 a_4 .

若 $a_2 = 3$, 则 $a_3 + a_4 = 9$, 可得 $a_3 = 4, a_4 = 5$, 所以 $a_1 + a_5 = 13$, 则 $\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_5 = 12 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_1 = 2, \\ a_5 = 11. \end{cases}$

若 $a_2 = 4$, 则 $a_3 + a_4 = 12$, 可得 $a_3 = 5, a_4 = 7$, 所以 $a_1 + a_5 = 9$, 则 $\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_5 = 8. \end{cases}$

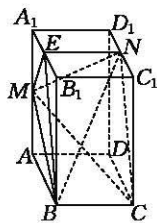
故 a_5 的值为 8 或 11 或 12.

16. 13π 如图, 取 E 为 A_1B_1 的中点, 连接 EM, EB, EN , 则四边形 $EBCN$ 为矩

形, 故 E, B, C, N 四点共圆, 又 $ME = \sqrt{3}, MB = \sqrt{6}, BE = 3$, 所以 $ME^2 + MB^2 = BE^2$, 即 $\triangle EMB$ 为直角三角形, 又 $BC \perp$ 平面 EMB , 所以三棱锥 $B-MNC$ 外

接球的球心即四边形 $EBCN$ 的外心, 设三棱锥 $B-MNC$ 的外接球半径为 R ,

则 $R^2 = (\frac{3}{2})^2 + 1^2 = \frac{13}{4}$, 即所求外接球的表面积为 13π .



17. 解: (1) $z_1 z_2 = (1+i)(\sqrt{3}-i) = \sqrt{3} + 1 + (\sqrt{3}-1)i$, 2 分

所以 $|z_1 z_2| = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ 4 分

(2) 由题设, $z_2 - z_1 = (\sqrt{3}-1) - 2i$, 复数 z 的虚部等于复数 $z_2 - z_1$ 的虚部,

所以可设 $z = a - 2i (a \in \mathbf{R})$, 6 分

又 $|z| = 3$, 所以 $a^2 + 4 = 9$, 解得 $a = \sqrt{5}$ 或 $-\sqrt{5}$, 8 分

因为复数 z 在复平面内对应的点位于第三象限,

所以 $a = -\sqrt{5}$, 故 $z = -\sqrt{5} - 2i$ 10 分

18. 解: (1) 小组 A 打分的平均数 $x_1 = \frac{9+8+9+10}{4} = 9$, 1 分

小组 B 打分的平均数 $x_2 = \frac{10+9+8+7+8+6}{6} = 8$, 2 分

小组 A 打分的方差 $s_1^2 = [(9-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (10-9)^2] \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, 4 分

小组 B 打分的方差 $s_2^2 = [(10-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (6-8)^2] \times \frac{1}{6}$
 $= \frac{5}{3}$ 6 分

(2) 该选手所有分数的平均数 $x = 8 \times \frac{3}{5} + 9 \times \frac{2}{5} = \frac{42}{5}$, 8 分

该选手所有分数的方差 $s^2 = \frac{3}{5} \times [\frac{5}{3} + (8 - \frac{42}{5})^2] + \frac{2}{5} \times [\frac{1}{2} + (9 - \frac{42}{5})^2] = \frac{36}{25}$ 12 分

19. 解: (1) $(0.05 + 0.075 + 0.1 + 0.15 + a) \times 2 = 1$, 解得 $a = 0.125$ 2 分

设样本数据的第 75 百分位数为 x , 因为样本数据在 $[0, 6)$ 的频率为 $2 \times (0.05 + 0.1 + 0.15) = 0.6 < 0.75$, 3 分

在 $[0, 8)$ 的频率为 $2 \times (0.05 + 0.1 + 0.15 + 0.125) = 0.85 > 0.75$, 4 分

所以 $0.6 + 0.125 \times (x - 6) = 0.75$, 解得 $x = 7.2$,

故估计样本数据的第 75 百分位数为 7.2. 6 分

(2) 上周体育锻炼时间在 $[2, 4)$ 的频数为 $0.1 \times 2 \times 100 = 20$, 7 分

上周体育锻炼时间在 $[4, 6)$ 的频数为 $0.15 \times 2 \times 100 = 30$, 8 分

按分层随机抽样的方法选取 5 人, 则上周体育锻炼时间在 $[2, 4)$ 的住户被抽取 $\frac{20}{50} \times 5 = 2$ 人,

记为 a, b , 在 $[4, 6)$ 的住户被抽取 $\frac{30}{50} \times 5 = 3$ 人, 记为 1, 2, 3,

所以从这 5 人中随机抽取 2 人的情况有 $ab, a1, a2, a3, b1, b2, b3, 12, 13, 23$, 共 10 种,

..... 10 分

这 2 人上周体育锻炼时间都不低于 4 小时的情况有 3 种, 11 分

则所求的概率 $P = \frac{3}{10}$ 12 分

20. 解: (1) 因为 $\sqrt{3} \sin B = b - b \cos C$,

所以 $\sqrt{3} \sin C \sin B = (1 - \cos C) \sin B$, 2 分

又 $\sin B \neq 0$, 所以 $\sqrt{3} \sin C = 1 - \cos C$, 3 分

结合 $\sin^2 C + \cos^2 C = 1$,

解得 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\sin C = 0$ (舍去), 所以 $\cos C = -\frac{1}{2}$, 4 分

因为 $C \in (0, \pi)$, 所以 $C = \frac{2\pi}{3}$ 5 分

(2) 因为 $\sin B = 2\sin A$, 所以 $b = 2a$ 6 分

由 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, 可得 $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$, 则 $\overrightarrow{CD}^2 = \frac{1}{9}\overrightarrow{CA}^2 + \frac{4}{9}\overrightarrow{CB}^2 + \frac{4}{9}\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$, 8 分

即 $\frac{4}{9} = \frac{1}{9}b^2 + \frac{4}{9}a^2 - \frac{2}{9}ab$, 解得 $a = 1, b = 2$ 10 分

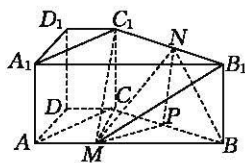
所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 12 分

21. (1) 证明: 因为 $AM = 1$, 所以 $AM = CD, AM \parallel CD$, 又 $AB \perp AD$, 所以四边形 $ADCM$ 为矩形, 即 $DC \perp CM$ 2 分

由题可知 $CC_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $CC_1 \perp CM$, 3 分

又 $CC_1 \cap DC = C$, 所以 $CM \perp$ 平面 DCC_1D_1 , 4 分

因为 $CM \subset$ 平面 MCC_1 , 所以平面 $MCC_1 \perp$ 平面 DCC_1D_1 5 分



(2) 解: 作 $MP \parallel AC$, 交 BC 于点 P , 连接 NP , 则 $BP = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

因为 $MP \not\subset$ 平面 $ACC_1A_1, AC \subset$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $MP \parallel$ 平面 ACC_1A_1 , 6 分

因为 $MN \parallel$ 平面 ACC_1A_1 , 7 分

又 $MN \cap MP = M$, 所以平面 $MNP \parallel$ 平面 ACC_1A_1 8 分

平面 BCC_1B_1 和平面 MNP , 平面 ACC_1A_1 的交线分别为 NP 和 CC_1 , 所以 $NP \parallel CC_1$.

因为 $BP = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 所以 $B_1N = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 10 分

四面体 $MNBB_1$ 的体积为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ 12 分

22. 解: (1) 若点 P 第一步向右, 第二步向上, 则所求的概率为 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$, 2 分

若点 P 第一步向上, 第二步向右, 则所求的概率为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$,

所以点 P 移动两次后, 点 P 位于 $(1, 1)$ 的概率为 $\frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{1}{9}$ 4 分

(2) 点 P 移动两次后, 位于 $(1, 1)$ 的概率为 $\frac{1}{3}(\frac{1}{3} - m) + (\frac{1}{3} - m) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}(\frac{1}{3} - m)$, 且点 P

移动第三次后, 点 P 位于 $(0, 1)$ 的概率为 $\frac{2}{3}(\frac{1}{3} - m) \times m = \frac{2m}{3}(\frac{1}{3} - m)$, 5 分

点 P 移动两次后, 位于 $(-1, 1)$ 的概率为 $\frac{1}{3}m + m \times \frac{1}{3} = \frac{2m}{3}$, 且点 P 移动第三次后, 点 P 位

于 $(0, 1)$ 的概率为 $\frac{2m}{3}(\frac{1}{3} - m)$, 6 分

点 P 移动两次后, 位于 $(0, 2)$ 的概率为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$, 且点 P 移动第三次后, 点 P 位于 $(0, 1)$ 的

概率为 $\frac{1}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$, 7 分

点 P 移动两次后, 位于 $(0, 0)$ 的概率为 $2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + 2 \times m(\frac{1}{3} - m) = \frac{2}{9} + 2m(\frac{1}{3} - m)$, 且点

P 移动第三次后, 点 P 位于 $(0, 1)$ 的概率为 $[\frac{2}{9} + 2m(\frac{1}{3} - m)] \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27} + \frac{2m}{3}(\frac{1}{3} - m)$, ...

..... 9 分

所以 $f(m) = \frac{2m}{3}(\frac{1}{3} - m) + \frac{2m}{3}(\frac{1}{3} - m) + \frac{1}{27} + \frac{2}{27} + \frac{2m}{3}(\frac{1}{3} - m) = -2m^2 + \frac{2m}{3} + \frac{1}{9}$,

..... 11 分

当 $m = \frac{1}{6}$ 时, $f(m)$ 取到最大值, 最大值为 $\frac{1}{6}$ 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线