



高三数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $z = \frac{4+2i}{1-i}$, 则 $|z - \bar{z}| =$
 A. 1 B. 2 C. $\sqrt{10}$ D. 6
2. 已知集合 $A = \{x | 1 < 2x - 1 \leq 5\}$, $B = \{x | x^2 - 4 \geq 0\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$
 A. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$ B. $\{x | 2 < x \leq 3\}$
 C. $\{x | 1 < x < 2\}$ D. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
3. 已知 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 则“ $2\sin 2\alpha - 3\cos \alpha = 0$ ”是“ $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ ”的
 A. 充要条件 B. 充分不必要条件
 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一,它的形状可视为一个正四棱锥。现已知该四棱锥的高与斜高的比值为 $\frac{4}{5}$, 则该四棱锥的底面面积与侧面面积的比值是
 A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{5}{12}$
5. 已知 $a = \log_{0.4} 0.3$, $b = \log_{0.7} 0.4$, $c = 0.3^{0.7}$, 则
 A. $c < b < a$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$
6. 已知数据 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ 的平均数是 5, 方差是 9, 则 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 =$
 A. 159 B. 204 C. 231 D. 636
7. 某地市场调查发现, $\frac{3}{5}$ 的人喜欢在网上购买家用电器, 其余的人则喜欢在实体店购买家用电器。经该地市场监管局抽样调查发现, 在网上购买的家用电器的合格率为 $\frac{3}{4}$, 而在实体店购买的家用电器的合格率为 $\frac{9}{10}$ 。现该地市场监管局接到一个关于家用电器不合格的投诉电话, 则这台被投诉的家用电器是在网上购买的概率是
 A. $\frac{3}{20}$ B. $\frac{11}{15}$ C. $\frac{15}{19}$ D. $\frac{3}{4}$



8. 已知函数 $f(x) = 4\cos(2\omega x + \frac{\pi}{6}) - 2$ ($\omega > 0$) 在 $[0, \pi]$ 内有且仅有两个零点, 则 ω 的取值范围是

- A. $(\frac{3}{2}, \frac{13}{6}]$ B. $[\frac{3}{2}, \frac{13}{6})$ C. $(\frac{3}{4}, \frac{13}{12}]$ D. $[\frac{3}{4}, \frac{13}{12})$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列函数中是偶函数, 且值域为 $[0, +\infty)$ 的有

- A. $f(x) = \ln(|x| + 1)$ B. $f(x) = x - \frac{1}{x}$
C. $f(x) = e^x + e^{-x}$ D. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

10. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b + 2ab - 4 = 0$, 则

- A. $a + b$ 的最大值为 2 B. $a + b$ 的最小值为 2
C. ab 的最大值是 1 D. ab 的最小值是 1

11. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 点 E 是棱 PC 的中点, $PD = AB$, 则

- A. $AC \perp PB$
B. 直线 AE 与平面 PAB 所成角的正弦值是 $\frac{\sqrt{3}}{6}$
C. 异面直线 AD 与 PB 所成的角是 $\frac{\pi}{4}$
D. 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积与其外接球的体积的比值是 $\frac{2\sqrt{3}}{27\pi}$

12. 设 A, B 是抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上两个不同的点, O 为坐标原点, 若直线 OA 与 OB 的斜率之积为 -4 , 则下列结论正确的有

- A. $|AB| \geq 4$ B. $|OA| + |OB| > 8$
C. 直线 AB 过抛物线 C 的焦点 D. $\triangle OAB$ 面积的最小值是 2

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 且 $|a| = 2, |b| = \sqrt{3}$, 则 $|a + 2b| =$.

14. 在新冠肺炎疫情期间, 为有效防控疫情, 某小区党员志愿者踊跃报名参加值班工作. 已知该小区共 4 个大门可供出入, 每天有 5 名志愿者负责值班, 其中 1 号门有车辆出入, 需 2 人值班, 其余 3 个大门各需 1 人值班, 则每天不同的值班安排有 种.

15. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 是 C 上一点, 使得 $|F_1F_2|, |F_2P|, |F_1P|$ 依次构成一个公差为 2 的等差数列, 则双曲线 C 的实轴长为 , 若 $\angle F_1F_2P = 120^\circ$, 则双曲线 C 的离心率为 . (第一空 2 分, 第二空 3 分)

16. 已知函数 $f(x) = e^x + ax$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围为 .



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在递增的等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 a_5 = 32$ ， $a_3 + a_4 = 12$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若 $b_n = (-1)^n a_{n+1}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

18. (12 分)

在① $\sin B = 2\sin C$ ，② $b+c=3$ ，③ $\sin C = \frac{\sqrt{15}}{8}$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，

并作答。

问题：在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $a=2$ ， $a \cos B = (4c-b) \cos A$ ，且 _____，求 $\triangle ABC$ 的面积。

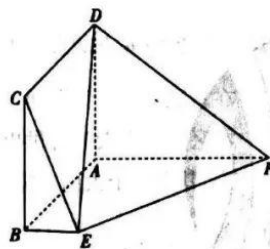
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

19. (12 分)

如图，在多面体 $ABCDFE$ 中，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，四边形 $ABEF$ 是直角梯形，其中 $\angle ABE = 90^\circ$ ， $AF \parallel BE$ ，且 $DE = AF = 3BE = 3$ 。

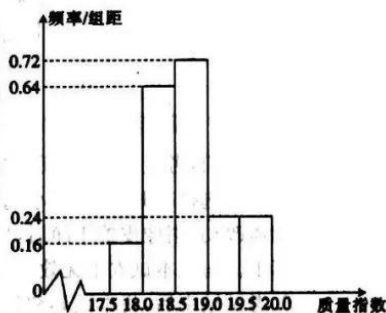
(1) 证明：平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$ 。

(2) 求二面角 $C-DE-F$ 的余弦值。



20. (12分)

科技是国家强盛之基,创新是民族进步之魂.当今世界,科学技术日益渗透到经济发展、社会发展和人类生活的方方面面,成为生产力中最活跃的因素,科学技术的重要性也逐渐突显出来.某企业为提高产品质量,引进了一套先进的生产线设备.为了解该生产线输出的产品质量情况,从中随机抽取 200 件产品,测量某项质量指数,根据所得数据分成 $[17.5, 18.0)$, $[18.0, 18.5)$, $[18.5, 19.0)$, $[19.0, 19.5)$, $[19.5, 20.0]$ 这 5 组,得到频率分布直方图如图所示.



若这项质量指数在 $[18.0, 19.5)$ 内,则称该产品为优等品,其他的称为非优等品.

- (1) 估计该生产线生产的产品该项质量指数的中位数(结果精确到 0.01);
- (2) 按优等品和非优等品用分层抽样的方法从这 200 件产品中抽取 10 件产品,再从这 10 件产品中随机抽取 3 件,记优等品的数量为 X ,求 X 的分布列与期望.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$,且椭圆 C 上的点到右焦点 F 的距离最长为 3.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程.
- (2) 过点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, AB 的中垂线 l_1 与 x 轴交于点 G ,试问 $\frac{|AB|}{|FG|}$ 是否为定值?若是,求出该定值;若不是,说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x \sin x + 2 \cos x + x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

- (1) 证明: $f'(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, 2\pi)$ 内存在唯一零点.
- (2) 当 $x \in [\frac{\pi}{2}, 2\pi]$ 时, $f(x) \leq ax$,求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线(原自主招生在线)创办于 2014 年,历史可追溯至 2008 年,隶属北京太星网络科技有限公司,是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖:新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户

达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线