

重庆市第八中学2024届高考适应性月考卷(一)

数学

注意事项:

- 1.答题前,考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
- 2.每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,在试题卷上作答无效。
- 3.考试结束后,请将本试卷和答题卡一并交回。满分150分,考试用时120分钟。

一、单项选择题(本大题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $A=\{0, -a\}$, $B=\{a, a-3, a-6\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $a=$

- A. -3 B. 0 C. 3 D. 6

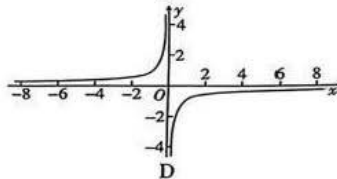
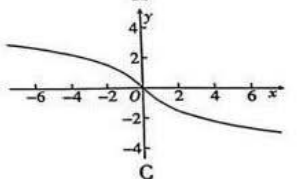
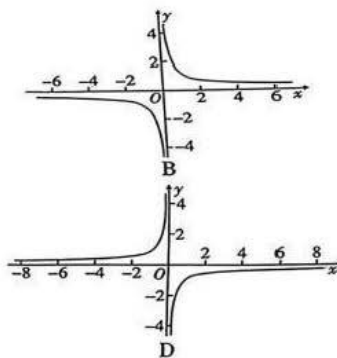
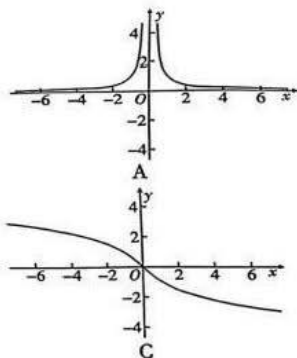
2. 命题“ $\exists n \in \mathbb{N}, n$ 为偶数”的否定是

- A. $\forall n \in \mathbb{N}, n$ 为偶数 B. $\forall n \in \mathbb{N}, n$ 为奇数
C. $\forall n \notin \mathbb{N}, n$ 为奇数 D. $\forall n \notin \mathbb{N}, n$ 为偶数

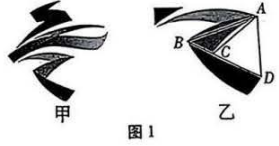
3. 一项试验旨在研究臭氧效应, 试验方案如下: 选6只小白鼠, 随机地将其中3只分配到试验组且饲养在高浓度臭氧环境, 另外3只分配到对照组且饲养在正常环境, 一段时间后统计每只小白鼠体重的增加量(单位: g), 则指定的两只小鼠分配到不同组的概率为

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(\sqrt{x^2+1}-x)}$ 的图象大致为



5. 冬奥会会徽以汉字“冬” (如图1甲) 为灵感来源, 结合中国书法的艺术形态, 将悠久的中国传统文化底蕴与国际化风格融为一体, 呈现出中国在新时代的新形象、新梦想. 某同学查阅资料得知, 书法中的一些特殊画笔都有固定的角度, 比如弯折位置通常采用 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ 等特殊角度. 为了判断“冬”的弯折角度是否符合书法中的美学要求, 该同学取端点绘制了 $\triangle ABD$ (如图乙), 测得 $AB=3, BD=4, AC=AD=2$, 若点C恰好在边BD上, 请帮忙计算 $\sin \angle ACD$ 的值



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{11}{14}$ C. $\frac{3\sqrt{15}}{16}$ D. $\frac{11}{16}$
6. 已知 $3^a=0.2, b=\log_3 0.3$, 则
- A. $ab > 2$ B. $1 < ab < 2$
- C. $0 < ab < 1$ D. $-1 < ab < 0$
7. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\frac{\sin(2\alpha+\beta)}{\sin \alpha} - 2\cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{\tan \alpha}$, 则
- A. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ B. $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$
- C. $\alpha - \beta = -\frac{\pi}{4}$ D. $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$
8. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的增函数, 且 $f(x) + f(-x) = -2$, 函数 $g(x) = f(x) + \frac{2}{1-2^x} - \frac{2x}{x^2-1} + x$ 的零点分别为 x_1, x_2, \dots, x_n , 则 $\sum_{k=1}^n f(x_k) =$
- A. 0 B. -2 C. -4 D. -6

二、多项选择题(本大题共4个小题, 每小题5分, 共20分, 在每个给出的四个选项中, 有多项是满足要求的, 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分)

9. 有4个相同的球, 分别标有数字1, 2, 3, 4, 从中不放回的随机取两次, 每次取1个球, 事件A表示“第一次取出的球的数字是1”, 事件B表示“第二次取出的球的数字是偶数”, 事件C表示“两次取出的球的数字之和是偶数”, 事件D表示“两次取出的球的数字之和是奇数”, 则
- A. A与B互斥 B. C与D对立
- C. B与C相互独立 D. B与D相互独立
10. 已知 $f(x) = 2\cos^2 \omega x + \sqrt{3}\sin 2\omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 π , 则下列说法正确的是
- A. $(\frac{5\pi}{12}, 1)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的一个对称中心
- B. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4})$ 有两个极值点
- C. $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 的值域为 $[0, 3]$
- D. 将 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 为偶函数
11. 已知函数 $f(x) = \ln(e^x - ae^{-2x}) - x$, 其中 e 是自然对数的底数, 则下列选项正确的是
- A. 若 $a = 1$, 则 $f(x)$ 为奇函数 B. 若 $a = -1$, 则 $f(x)$ 为偶函数

C. 若 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 则 $a \in (-\infty, 0]$ D. 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则 $a \in [-1, 1]$

12. 用 $\min\{m, n\}$ 表示 m, n 中的最小值, 设函数 $h(x) = \min\left\{x^3 + ax + \frac{1}{4} - \ln x\right\} (x > 0)$, 则

A. $h(1) = 0$

B. $h(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上无零点

C. 当 $a \leq -3$ 时, $h(x)$ 在 $(0, 1)$ 上有 1 个零点

D. 若 $h(x)$ 有 3 个零点, 则 $a \in \left(-\frac{5}{4}, -\frac{3}{4}\right)$

三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式的第 4 项是_____

14. 已知曲线 $y = x^{-\frac{1}{2}} + \ln x$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线与曲线 $y = \frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{2}(a+1)x + 1$ 相切, 则 $a =$ _____.

15. 若 $\log_4(3x+2y) = 3\log_8\sqrt{xy}$, 则 $x+y$ 的最小值为_____.

16. 已知直线 $y=m (m>0)$ 与函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) (\omega>0)$ 的图象相交, 若自左至右的三个相邻交点 A, B, C 满足 $7|AB|=5|BC|$, 则实数 $m =$ _____.

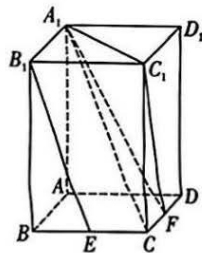
四、解答题(共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

如图 2, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB$, E 为棱 BC 的中点, F 为棱 CD 的中点.

(1) 求证: $B_1E \parallel$ 平面 A_1C_1F ;

(2) 求直线 A_1C 与平面 A_1C_1F 所成角的正弦值.



18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, 且 $n(n+1)(a_{n+1}-a_n)=-1$, 其中 $n \in \mathbb{N}$:

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}{2^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (本小题满分 12 分)

树人中学有高一学生 600 人, 其中男生 400 人, 女生 200 人. 为了获得该校全体高一学生的身高信息, 采用分层抽样的方法抽取一个容量为 60 的样本, 并观测样本的指标值(单位: cm), 计算得男生样本的均值为 170, 方差为 18, 女生样本的均值为 161, 方差为 30. 现有两种抽取样本的方案来计算总样本的均值和方差: ①按比例分配分层抽样, 男女样本量分别为 40, 20; ②按等额分配分层抽样, 男、女样本量都是 30.

(1) 你认为哪种方案得到的总样本的均值和方差作为总体的均值和方差的估计更合理? 请说明理由;

(2) 请用第(1)问中你选择的方案计算总样本的均值 \bar{z} 与方差 s^2 ;

(3) 根据总样本数据发现有两个数据 154, 180 在区间 $((z-2s, z+2s))$ 以外, 在总样本数据中剔除这两个数据, 用剩下的数据计算新总样本均值和方差(精确到 0.1).

20.(本小题满分 12分)

如图3, 在平面四边形 ABCD 中, $AD = \sqrt{5}AB$, $\tan \angle BAD = 2$, 且 $BC = CD = 2$.

- (1) 若 $\angle CBA = \frac{3\pi}{4}$, 求 AB;
(2) 求 AC 的最大值.

21.(本小题满分 12分.)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左焦点为 $F(-1, 0)$, 且椭圆上任意一点到 F 的距离的最大值为 3.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
(2) 设过点 F 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, M 为椭圆 C 上一点且满足 $\overrightarrow{OM} = 2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$, 求四边形 AOBM 的面积.

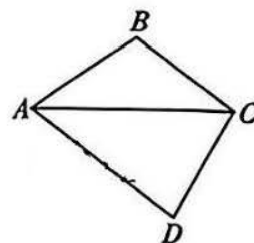


图 3

22.(本小题满分 12分)

已知实数 $a \in \left(2 + \frac{1}{e}, 2 + \frac{1}{e}\right)$, 函数 $f(x) = (x + 1) \ln x - a(x - 1)$.

- (1) 证明: (i) $f(x)$ 存在唯一的极小值点 x_0 ;

$$(ii) f(x_0) > 2 - e + \frac{1}{e}.$$

- (2) 证明: $f(x)$ 有三个不相等的零点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 x_2 x_3 = 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

