试卷类型：A

2023年汕头市普通高考第二次模拟考试试题

数　学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上．用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上．将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”．

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑：如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．答案不能答在试卷上．

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答无效．

4．考生必须保持答题卡的整洁．考试结束后，将试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷　选择题

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合A = [illegible]}，$B=\{1,a+2\}$，且$A\cup B=A$，则a的取值集合为(　　)

A．$\{-1\}$　　B．$\{2\}$　　C．$\{-1,2\}$　　D．$\{1,-1,2\}$

2．电脑调色板有红、绿、蓝三种基本颜色，每种颜色的色号均为0～255，在电脑上绘画可以分别从三种颜色的色号中各选一个配成一种颜色，那么在电脑上可配成的颜色种数为（　　）

A．6　　B．27　　C．255^3　　D．256^3

3．已知复数z满足$(1+i)\bar{z}=2i$，则z等于(　　)

A．$\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$　　B．$\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4})$

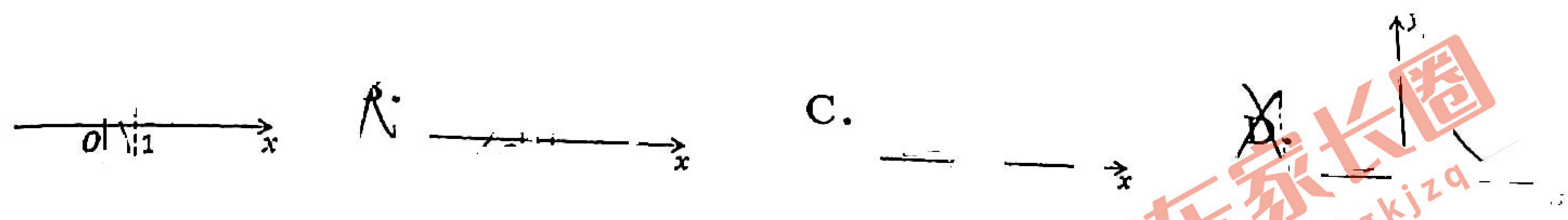
C．$\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4})$　　D．$\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4}-i\sin\frac{3\pi}{4})$

4．在△ABC中，三个内角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知$C=45^\circ,b=\sqrt{2},c=2$，则B=(　　)

A．30°　　B．60°　　C．30°或150°　　D．60°或120°

5．已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x(2x-1)}{x-1}$，则 $f(x)$ 的大致图象为（　　）

A.　　　　　　　　　　C.



6．已知 $a=\log_2 3, b=\log_3 4, c=\log_4 5$；则(　　)

A．a>b>c　　　B．b>a>c　　　C．b>c>a　　　D．c>b>a

7．已知α，β，γ是三个平面，α∩β=a,α∩γ=b,β∩γ=c,且a∩b=O则下列结论正确的是（　　）

A．直线 b 与直线 c 可能是异面直线　　　B．直线 a 与直线 c 可能平行

C．直线 a,b,c 必然交于一点（即三线共点）　　　D．直线 c 与平面 α 可能平行

8．给出定义：设 $f'(x)$ 是函数 $y=f(x)$ 的导函数，$f''(x)$ 是函数 $y=f'(x)$ 的导函数．若方程 $f''(x)=0$ 有实数解 $x=x_0$，则称 $(x_0,f(x_0))$ 为函数 $y=f(x)$ 的“拐点”．经研究发现所有的三次函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ 都有“拐点”，且该“拐点”也是函数 $y=f(x)$ 的图象的对称中心.若函数 $f(x)=x^3-3x^2$，则

$f(\frac{1}{2023})+f(\frac{2}{2023})+f(\frac{3}{2023})+\cdots+f(\frac{4044}{2023})+f(\frac{4045}{2023})=$（　　）

A．-8088　　　B．-8090　　　C．-8092　　　D．-8096

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．已知曲线 $C:x^2+y^2\cos\alpha=1$，$\alpha\in[0,\pi]$，则下列结论正确的是(　　)

A．曲线 C 可能是圆，也可能是直线

B．曲线 C 可能是焦点在 y 轴上的椭圆

C．当曲线 C 表示椭圆时，则α越大，椭圆越圆

D．当曲线 C 表示双曲线时，它的离心率有最小值，且最小值为 $\sqrt{2}$

10．在△ABC 中，已知 AB=2，AC=5，∠BAC=60°，BC，AC 边上的两条中线 AM，BN 相交于点 P，下列结论正确的是（　　）

A．$AM=\dfrac{\sqrt{39}}{2}$　　　B．$BN=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$

C．∠MPN 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{21}$　　　D．$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$

11．已知数列为$\{a_n\}$为等差数列，$a_1=1$，$a_3=2\sqrt{2}+1$，前n项和为S_n.数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{S_n}{n}$，则下列结论正确的是(

A．数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\sqrt{2}n-\sqrt{2}+1$

B．数列$\{b_n\}$是递减数列

C．数列$\{b_n\}$是等差数列

D．数列$\{a_n\}$中任意三项不能构成等比数列

12．已知圆台的上下底面的圆周都在半径为2的球面上,圆台的下底面过球心，上底面半径为r(0<r<2)，设圆台的体积为V，则下列选项中说法正确的是(　　)

A．当r=1时，$V=7\sqrt{3}\pi$

B．V存在最大值

C．当r在区间(0,2)内变化时，V逐渐减小

D．当r在区间(0,2)内变化时，V先增大后减小

第Ⅱ卷　非选择题

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．与圆C：$x^2+y^2-x+2y=0$关于直线$l:x+y=0$对称的圆的标准方程是______．

14．已知$(x^2+1)(x-2)^{2021}=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{2023}(x-1)^{2023}$，则$a_1+a_2+\cdots+a_{2023}=$____．

15．某单位有10000名职工，想通过验血的方法筛查乙肝病毒携带者，假设携带病毒的人占5%，如果对每个人的血样逐一化验，就需要化验10000次.统计专家提出了一种化验方法：随机地按5人一组分组，然后将各组5个人的血样混合再化验，如果混合血样呈阴性，说明这5个人全部阴性；如果混合血样呈阳性，说明其中至少有一人的血样呈阳性，就需要对每个人再分别化验一次.按照这种化验方法，平均每个人需要化验_____．(结果保留四位有效数字)（$0.95^5\approx0.7738$，$0.95^6\approx0.735$，$0.95^7\approx0.6983$）．

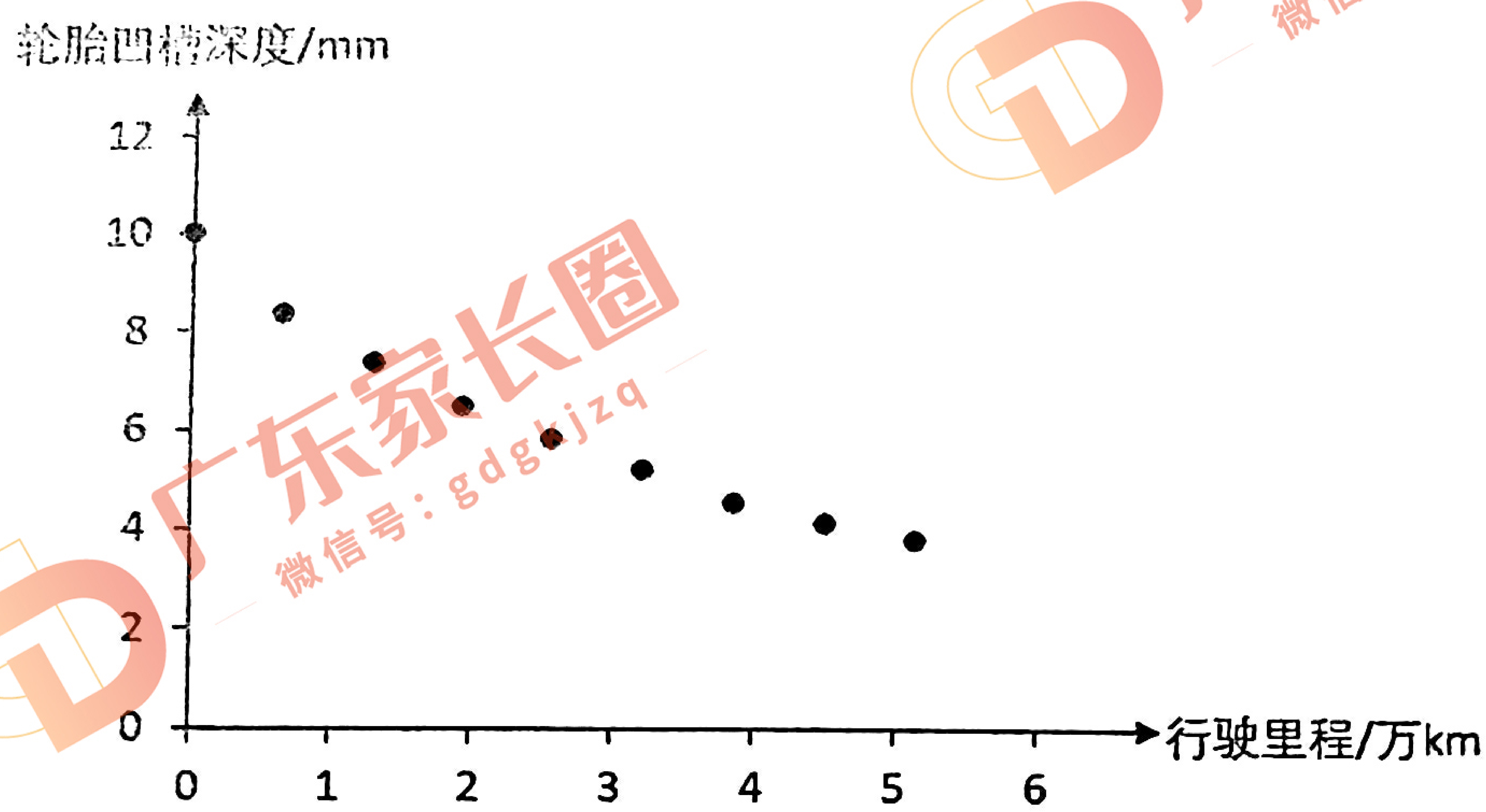
16．阿波罗尼奥斯在其著作《圆锥曲线论》中提出：过椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上任意一点$P(x_0,y_0)$的切线方程为$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$，若已知$\Delta ABC$内接于椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，且坐标原点O为$\Delta ABC$的重心，过A、B、C分别作椭圆E的切线，切线分别相交于点D、E、F，则$\frac{S_{\Delta DEF}}{S_{\Delta ABC}}=$________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 10 分）车胎凹槽深度是影响汽车刹车的因素，汽车行驶会导致轮胎胎面磨损．某实验室通过试验测得行驶里程与某品牌轮胎凹槽深度的数据如下：

行驶里程/万 km	0.00	0.64	1.29	1.93	2.57	3.22	3.86	4.51	5.15
轮胎凹槽深度/mm	10.02	8.37	7.39	6.48	5.82	5.20	4.55	4.16	3.82

以行驶里程为横坐标、轮胎凹槽深度为纵坐标作散点图，如图所示．



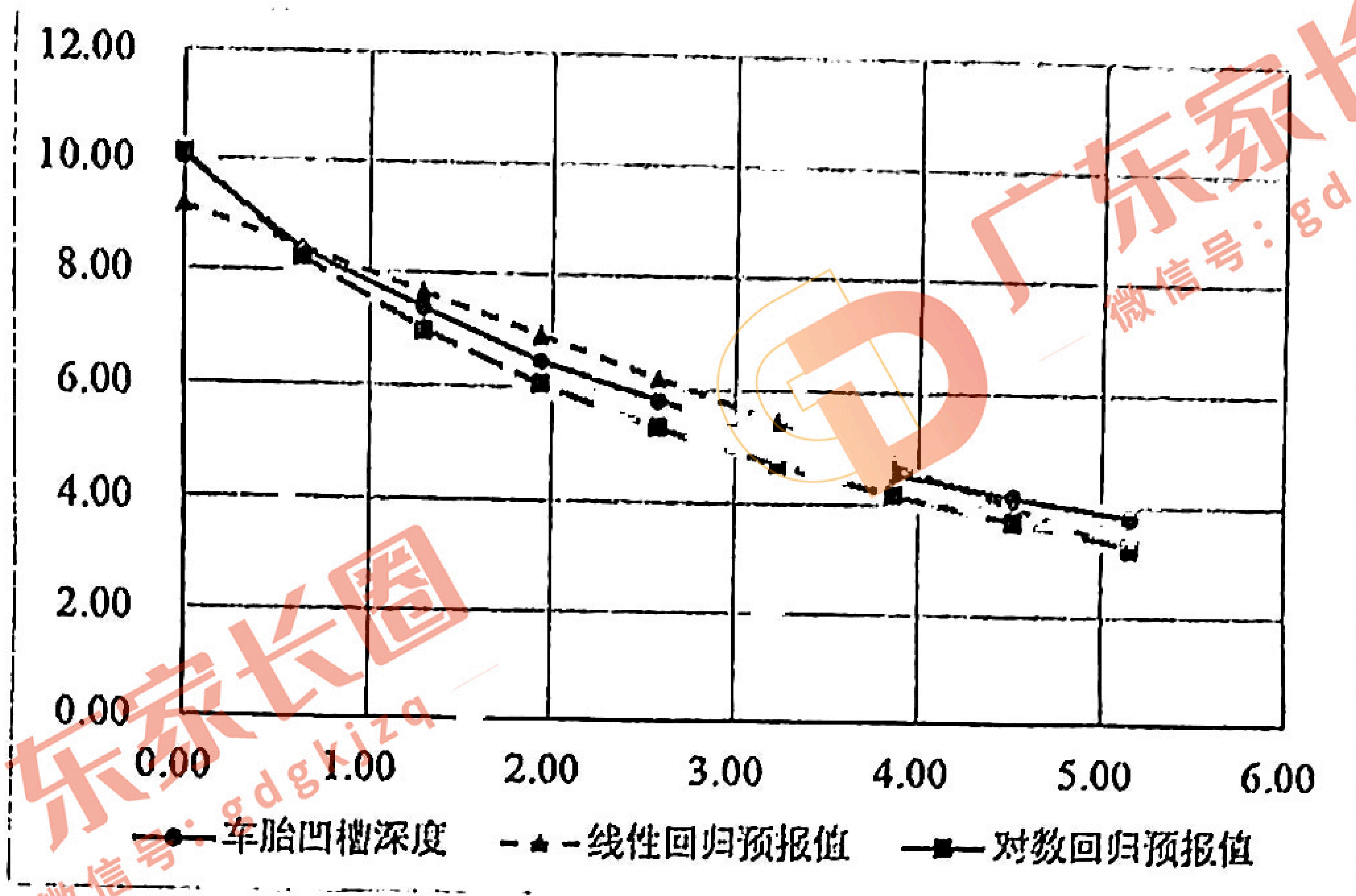
（1）根据散点图，可认为散点集中在直线 $y = bx + a$ 附近，由此判断行驶里程与轮胎凹槽深度线性相关，并计算得如下数据，请求出行驶里程与轮胎凹槽深度的相关系数（保留两位有效数字），并推断它们线性相关程度的强弱；

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^{9} x_i y_i$	$\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{9} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{9} y_i^2 - n\bar{y}^2\right)}$
2.57	6.20	115.10	29.46

附：相关系数 $r = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2\right)}}$

（2）通过散点图，也可认为散点集中在曲线 $y = c_1 + c_2\ln(x+1)$ 附近，考虑使用对数回归模型，并求得经验回归方程 $\hat{y} = 10.11 - 3.75\ln(x+1)$ 及该模型的决定系数 $R^2 = 0.998$．已知（1）中的线性回归模型为 $\hat{y} = 9.158 - 1.149x$，在同一坐标系作出这两个模型，据图直观回答：哪个模型的拟合效果更好？并用决定系数验证你的观察所得．

附：线性回归模型中，决定系数等于相关系数的平方，即 $R^2=r^2$．



18．（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{\tan x\cdot\tan 2x}{\tan 2x-\tan x}+\sqrt{3}(\sin^2 x-\cos^2 x)$

（1）求函数 $f(x)$ 的定义域；

（2）若 $x\in(0,\dfrac{\pi}{4})\cup(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$ ，求函数 $f(x)$ 的单调区间．

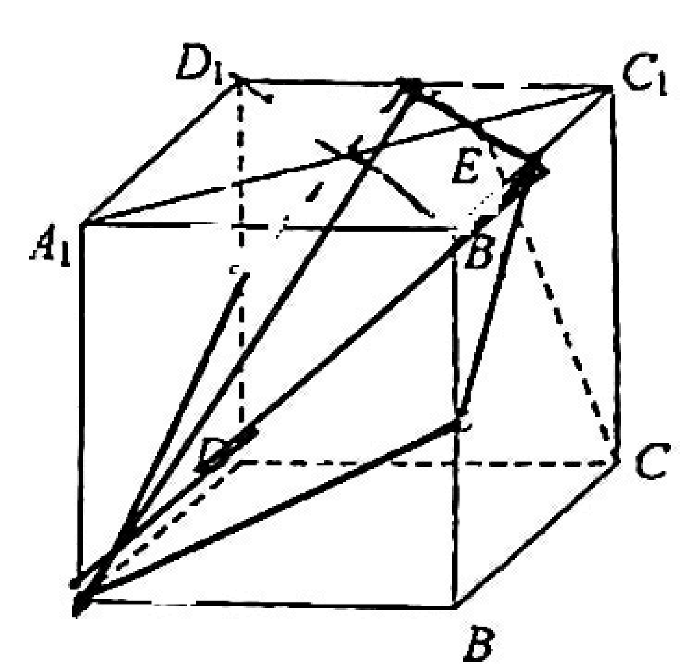
19．（本小题满分 12 分）如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，直线 $l\subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，$l\cap A_1C_1=E$，$A_1E=3EC_1$．

（1）设 $l\cap B_1C_1=P$，$l\cap C_1D_1=Q$，试在所给图中作出直线 l，使得 $l\perp CE$，并说明理由；

（2）设点 A 与（1）中所作直线 l 确定平面 α，

①求平面 α 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值；

②请在备用图中作出平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面，并写出作法．



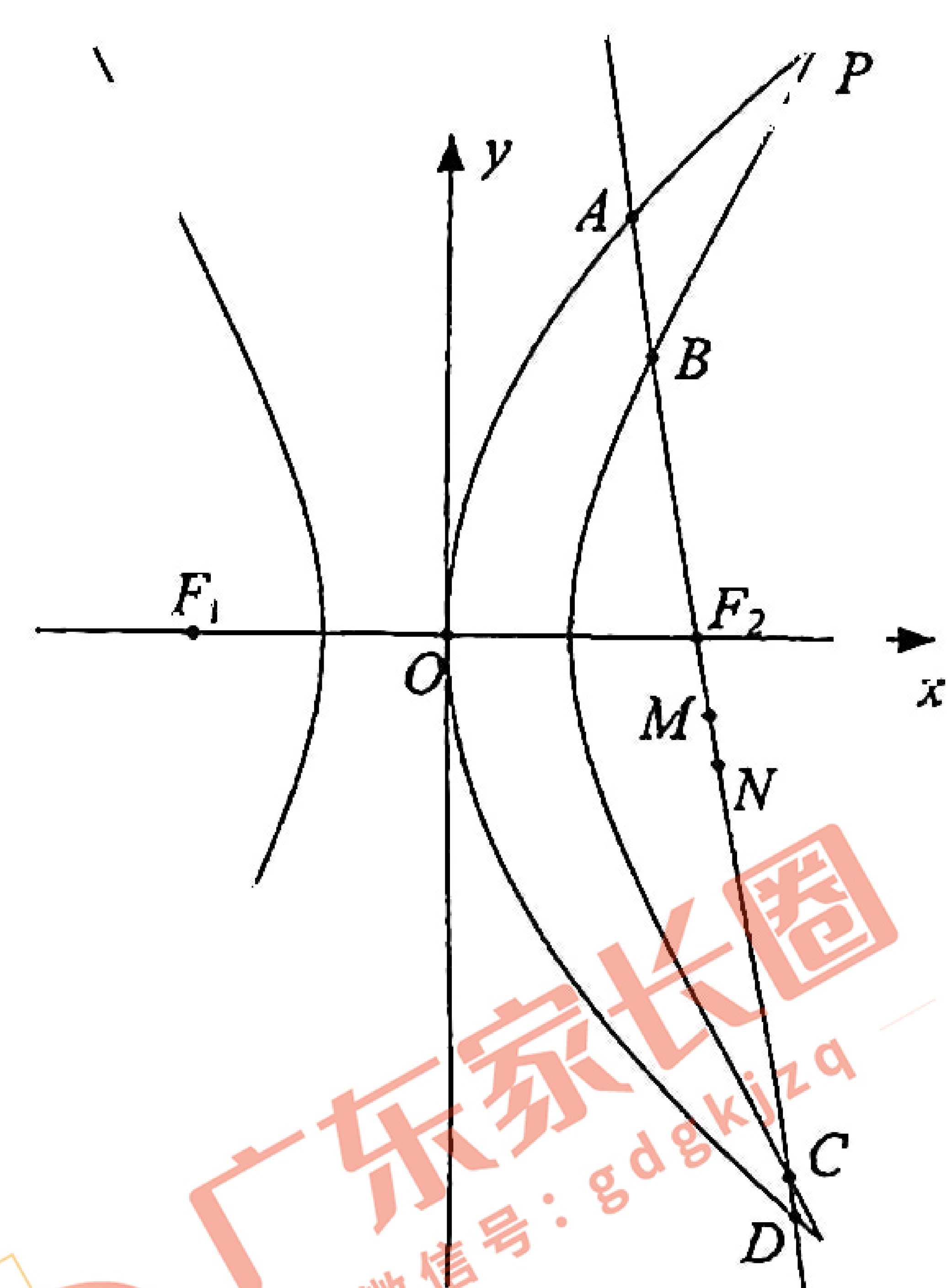
20．（本小题满分 12 分）已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=3$，且

$a_n a_{n+1}^2-2(a_n^2-1)a_{n+1}-a_n=0, n\in N^*$

(1) 设$b_n=a_n-\frac{1}{a_n}$，求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2) 设$S_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2, T_n=\frac{1}{a_1^2}+\frac{1}{a_2^2}+\cdots+\frac{1}{a_n^2}$，求$S_n+T_n$，并确定最小正整数 n，使得$S_n+T_n$为整数.

21.（本小题满分 12 分）如图，$F_1(-c,0)$、$F_2(c,0)$为双曲线$C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，抛物线$C_2$的顶点为坐标原点，焦点为$F_2$，设$C_1$与$C_2$在第一象限的交点为$P(m,n)$，且$|PF_1|=7$，$|PF_2|=5$，$\angle PF_2F_1$为钝角.



(1) 求双曲线C_1与抛物线C_2的方程；

(2) 过F_2作不垂直于x轴的直线l，依次交C_1的右支、C_2于A、B、C、D四点，设M为AD中点，N为BC中点，试探究$\frac{|AD|\cdot|NF_2|}{|MF_2|}$是否为定值. 若是，求此定值；若不是，请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）已知函数$f(x)=-\ln x, g(x)=x^3-ax+\frac{1}{4}, a\in R$.

(1) 若函数$g(x)$存在极值点x_0，且$g(x_1)=g(x_0)$，其中$x_1\neq x_0$，求证：$x_1+2x_0=0$；

(2) 用$\min\{m, n\}$表示 m，n 中的最小值，记函数$h(x)=\min\{f(x),g(x)\}(x>0)$，若函数$h(x)$有且仅有三个不同的零点，求实数 a 的取值范围.