

绝密★启用前

## 高三数学考试

### 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

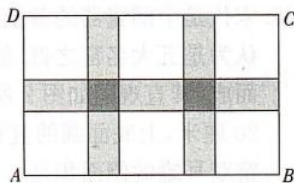
一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$ ,  $B = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$ , 则  $A \cap B =$ 
  - A.  $\{x | 0 \leq x < 3\}$
  - B.  $\{x | -2 < x \leq 1\}$
  - C.  $\{x | 0 \leq x < 2\}$
  - D.  $\{x | -3 < x \leq 1\}$
2. 复数  $z = \frac{1-4i^3}{1-i}$  的实部与虚部之和为
  - A. -4
  - B. -1
  - C. 1
  - D. 4
3. 已知某班共有学生 46 人,该班语文老师为了了解学生每天阅读课外书籍的时长情况,决定利用随机数表法从全班学生中抽取 10 人进行调查。将 46 名学生按 01, 02, ..., 46 进行编号。现提供随机数表的第 7 行至第 9 行:
 

84	42	17	53	31	57	24	55	06	88	77	04	74	47	67	21	76	33	50	25	83	92	12	06	76
63	01	63	78	59	16	95	56	67	19	98	10	50	71	75	12	86	73	58	07	44	39	52	38	79
33	21	12	34	29	78	64	56	07	82	52	42	07	44	38	15	51	00	13	42	99	66	02	79	54

 若从表中第 7 行第 41 列开始向右依次读取 2 个数据,每行结束后,下一行依然向右读数,则得到的第 8 个样本编号是
  - A. 07
  - B. 12
  - C. 39
  - D. 44
4. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_3 = 2$ , 则“ $a_3 + a_5 = 6$ ”是“数列  $\{a_n\}$  的公比为  $\sqrt{3}$ ”的
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要条件
5. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$  的左、右顶点分别是  $A, B, O$  是坐标原点,  $P$  在椭圆  $C$  上,且  $|OP| = \sqrt{5}$ , 则  $\triangle PAB$  的面积是
  - A.  $2\sqrt{2}$
  - B. 4
  - C.  $4\sqrt{2}$
  - D. 8

6. 某社区计划在一块空地上种植花卉, 已知这块空地是面积为 1800 平方米的矩形  $ABCD$ , 为了方便居民观赏, 在这块空地中间修了如图所示的三条宽度为 2 米的人行通道, 则种植花卉区域的面积的最大值是



- A. 1208 平方米  
B. 1448 平方米  
C. 1568 平方米  
D. 1698 平方米

7. 已知函数  $f(x) = 2\cos^2 \omega x + \sqrt{3} \sin 2\omega x - 1$  ( $\omega > 0$ ) 在  $[0, \pi]$  上恰有 3 个零点, 则  $\omega$  的取值范围是

- A.  $[\frac{17}{12}, \frac{23}{12})$       B.  $(\frac{17}{12}, \frac{23}{12}]$       C.  $[\frac{23}{12}, \frac{29}{12})$       D.  $(\frac{23}{12}, \frac{29}{12}]$

8. 已知  $a = e^{0.1} - e^{-0.1}$ ,  $b = \ln 1.21$ ,  $c = 0.2$ , 则

- A.  $b < a < c$       B.  $c < b < a$       C.  $a < c < b$       D.  $b < c < a$

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知向量  $a = (2, 1)$ ,  $b = (-1, 3)$ , 则

- A.  $a \cdot b = 1$       B.  $|2a - b| = \sqrt{26}$   
C. 与  $a$  同向的单位向量是  $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$       D. 向量  $a$  在  $b$  上的投影向量是  $\frac{1}{10}b$

10. 已知直线  $l: (m+1)x + 2y + 2m - 2 = 0$  与圆  $C: x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$ , 则

- A. 直线  $l$  与圆  $C$  一定相交  
B. 直线  $l$  过定点  $(-2, 2)$   
C. 圆心  $C$  到直线  $l$  距离的最大值是  $2\sqrt{2}$   
D. 使得圆心  $C$  到直线  $l$  的距离为 2 的直线  $l$  有 2 条

11. 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 且  $AB + PA = 6$ , 则下列结论正确的是

- A. 若  $AB = AP$ , 则三棱锥  $P-ABC$  的体积是  $\frac{9}{2}$   
B. 若  $AB = AP$ , 则三棱锥  $P-ABC$  的内切球半径是  $3 - \sqrt{3}$   
C. 若  $AB = AP$ , 则三棱锥  $P-ABC$  的内切球的球心到点  $A$  的距离是  $3\sqrt{3} - 3$   
D. 当三棱锥  $P-ABC$  的体积取得最大值时, 该三棱锥外接球的体积是  $36\pi$

12. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  和  $g(x)$  的导函数分别是  $f'(x)$  和  $g'(x)$ , 若  $f(x) + g(x-2) = 1$ ,  $f'(x+2) = g'(2-x)$ , 且  $g(x+2)$  是奇函数, 则下列结论正确的是

- A.  $f(4) = 1$       B.  $g'(x)$  的图象关于点  $(1, 0)$  对称  
C.  $\sum_{k=1}^{2024} f(k) = 0$       D.  $\sum_{k=1}^{2024} f(k)g(k+1) = 0$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知函数  $f(x) = 2x^2 + ax + 2$ , 若  $f(x+1)$  是偶函数, 则  $a =$   $\blacktriangle$ .

14. 已知某生产线生产的某种零件的合格率是 95%, 该零件是合格品, 则每件可获利 10 元, 该零件不是合格品, 则每件亏损 15 元. 若某销售商销售该零件 10000 件, 则该销售商获利的期望为  $\blacktriangle$  万元.

15. 宋代是中国瓷器的黄金时代,涌现出了五大名窑:汝窑、官窑、哥窑、钧窑、定窑.其中汝窑被认为是五大名窑之首.如图1,这是汝窑双耳罐,该汝窑双耳罐可近似看成由两个圆台拼接而成,其直观图如图2所示.已知该汝窑双耳罐下底面圆的直径是12厘米,中间圆的直径是20厘米,上底面圆的直径是8厘米,高是14厘米,且上、下两圆台的高之比是3:4,则该汝窑双耳罐的侧面积是  $\blacktriangle$  平方厘米.



图1

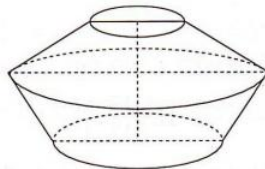


图2

16. 已知双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线  $l: \sqrt{3}x - y + m = 0$  与双曲线  $E$  的右支交于点  $M$ ,  $O$  为坐标原点, 过点  $O$  作  $ON \perp MF_1$ , 垂足为  $N$ , 若  $\overrightarrow{MN} = 5\overrightarrow{NF_1}$ , 则双曲线  $E$  的离心率是  $\blacktriangle$ .

四、解答题: 本大题共6小题, 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

民族要复兴, 乡村要振兴, 合作社助力乡村产业振兴, 农民专业合作社已成为新型农业经营主体和现代农业建设的中坚力量, 为实施乡村振兴战略作出了巨大的贡献. 已知某主要从事手工编织品的农民专业合作社共有100名编织工人, 该农民专业合作社为了鼓励工人, 决定对“编织巧手”进行奖励, 为研究“编织巧手”是否与年龄有关, 现从所有编织工人中抽取40周岁以上(含40周岁)的工人24名, 40周岁以下的工人16名, 得到的数据如表所示.

	“编织巧手”	非“编织巧手”	总计
年龄 $\geq 40$ 岁	19		
年龄 $< 40$ 岁		10	
总计			40

- (1) 请完成答题卡上的  $2 \times 2$  列联表, 并根据小概率值  $\alpha = 0.010$  的独立性检验, 分析“编织巧手”与“年龄”是否有关;
- (2) 为进一步提高编织效率, 培养更多的“编织巧手”, 该农民专业合作社决定从上表中的非“编织巧手”的工人中采用分层抽样的方法抽取6人参加技能培训, 再从这6人中随机抽取2人分享心得, 求这2人中恰有1人的年龄在40周岁以下的概率.

参考公式:  $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

参考数据:

$\alpha$	0.100	0.050	0.010	0.005
$\chi_{\alpha}$	2.706	3.841	6.635	7.879

18. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 的对边分别是 $a, b, c$ ,且 $5\cos 2B - 14\cos B = 7$ .

- (1)求 $\sin B$ 的值;  
(2)若 $a=5, c=2, D$ 是线段 $AC$ 上的一点,求 $BD$ 的最小值.

19. (12分)

在① $S_n - S_{n-1} = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n-1}} (n \geq 2)$ , ② $(n-1)\sqrt{S_n} = n\sqrt{S_{n-1}} (n \geq 2)$ 这两个条件中任选一个,补充在下面问题中,并作答.

问题:设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n, a_1=1$ ,且\_\_\_\_\_.

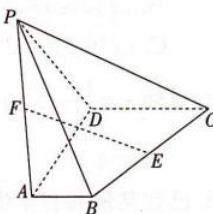
- (1)求 $S_n$ ;  
(2)若 $b_n = (-1)^n \cdot \frac{2n+1}{S_n+n}$ ,求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 $T_{2n}$ .

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

20. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,平面 $PCD \perp$ 平面 $ABCD$ ,四边形 $ABCD$ 是梯形, $AB \parallel CD, AB \perp AD, E, F$ 分别是棱 $BC, PA$ 的中点.

- (1)证明: $EF \parallel$ 平面 $PCD$ .  
(2)若 $PC = \sqrt{3}PD = \sqrt{3}CD = \sqrt{3}AD = 2\sqrt{3}AB$ ,求直线 $EF$ 与平面 $PAD$ 所成角的正弦值.



21. (12分)

已知直线 $l_1 \perp x$ 轴,垂足为 $x$ 轴负半轴上的点 $E$ ,点 $E$ 关于原点 $O$ 的对称点为 $F$ ,且 $|EF|=4$ ,直线 $l_1 \perp l_2$ ,垂足为 $A$ ,线段 $AF$ 的垂直平分线与直线 $l_2$ 交于点 $B$ .记点 $B$ 的轨迹为曲线 $C$ .

- (1)求曲线 $C$ 的方程;  
(2)已知点 $P(2, 4)$ ,不过点 $P$ 的直线 $l$ 与曲线 $C$ 交于 $M, N$ 两点,以线段 $MN$ 为直径的圆恒过点 $P$ ,点 $P$ 关于 $x$ 轴的对称点为 $Q$ ,若 $\triangle QMN$ 的面积是 $64\sqrt{2}$ ,求直线 $l$ 的斜率.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln(1+x) - \frac{1}{2}ax^2, g(x) = ax + \frac{1}{x+1} - \frac{\sin x}{e^x} (a \neq 0)$ .

- (1)讨论 $f(x)$ 的单调性;  
(2)已知 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数,若对任意的 $x \in [0, +\infty)$ ,都有 $f'(x) \leq g(x)$ ,求 $a$ 的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

