

2022 - 2023 学年高三年级 TOP 二十名校调研模拟卷三 高三文科数学试卷

注意事项:

1. 本试卷共 4 页, 考试时间 120 分钟, 卷面总分 150 分。
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡相应的位置上。
3. 全部答案写在答题卡上, 答在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$, 集合 $N = \left\{x \mid \frac{x+4}{1-x} > 0\right\}$, 则 $M \cup N =$
 A. $\{x | -3 < x < 1\}$ B. $\{x | -4 < x < 1\}$ C. $\{x | -4 < x < 2\}$ D. $\{x | -3 < x < 2\}$
2. 关于复数 $z = \frac{1+i}{1-i}$ 的下列命题中
 $p_1: z \cdot \bar{z} = -1, p_2: |z| = 1, p_3: \bar{z} \in -i, p_4: z^2 = 1$, 其中真命题为
 A. p_1, p_4 B. p_2, p_3 C. p_2, p_4 D. p_3, p_4
3. 函数 $f(x) = \left| \left(\frac{1}{2} \right)^x - 1 \right| - \log_2 x$ 的零点个数为
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
4. 已知一组样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 根据这组数据的散点图分析 x 与 y 之间的线性相关关系, 若求得其线性回归方程为 $y = -30.4 + 13.5x$, 则在样本点 $(9, 53)$ 处的残差为
 A. 38.1 B. 22.6 C. -38.1 D. 91.1
5. 已知幂函数的图象过 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$, $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2) (x_1 < x_2)$ 是函数图象上的任意不同两点, 则下列结论中正确的是
 A. $x_1 f(x_1) > x_2 f(x_2)$ B. $x_1 f(x_2) < x_2 f(x_1)$
 C. $\frac{f(x_1)}{x_2} > \frac{f(x_2)}{x_1}$ D. $\frac{f(x_1)}{x_1} < \frac{f(x_2)}{x_2}$
6. 设 M 为函数 $f(x) = x^2 + 3 (0 < x < 2)$ 图象上一点, 点 $N(0, 1), O$ 为坐标原点, $|OM| = 3\sqrt{3}, \vec{NO} \cdot \vec{NM}$ 的值为
 A. -4 B. $1 - \sqrt{7}$ C. 4 D. 1
7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & a_n \text{ 是偶数,} \\ a_n + 2, & a_n \text{ 是奇数,} \end{cases}$ S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若已知 $a_1 = 64$, 那么 S_{20} 的值为
 A. 322 B. 295 C. 293 D. 270
8. 点 P 是圆柱上底面圆周上一动点, $\triangle ABC$ 是圆柱下底面圆的内接三角形, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $c = 2, C = 60^\circ$, 三棱锥 $P - ABC$ 的体积最大值为 $\frac{2}{3}\sqrt{3}$, 则



9. 已知函数 $f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是

A. $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$

B. $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{12}\right]$

C. $\left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}\right], \left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$

D. $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{12}\right], \left[\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$

10. 已知圆 O 的直径 $AB = 4$, 若平面内一个动点 M 与点 A 的距离是它与点 B 距离的 $\sqrt{2}$ 倍, 则 $\triangle MAB$ 的面积的最大值为

A. 64

B. 12

C. $6\sqrt{2}$

D. $8\sqrt{2}$

11. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象与 $y = \log_2(x + a)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 且满足 $f(1) + f(2) = 2$, 则 $a =$

A. 4

B. 2

C. 1

D. -1

12. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 棱长为 a , M 为 A_1B_1 中点, P 为平面 $ABCD$ 内一动点, 若平面 $MP C_1$ 与平面 $AB B_1 A_1$ 和平面 $ABCD$ 所成锐二面角相等, 则点 P 到 C 的最短距离是

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

B. $\frac{1}{2}a$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$

D. a

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $3^9 + 3^8 \times 2 + 3^7 \times 2^2 + \dots + 3 \times 2^8 + 2^9 =$ _____

14. 单位圆 O 与 x 轴正半轴交于点 M , A, B 为单位圆上两点, $|AB| = 1$, $\angle MOB = \alpha$ 且 $A\left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$,

点 B 位于第二象限, 则 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \sqrt{3} \cos \frac{\alpha}{2} =$ _____.

15. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过焦点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点, 过 A, B 分别向 l 引垂线, 垂足分别为 A_1, B_1 , 若 $\frac{S_{\triangle A_1 A F}}{S_{\triangle B_1 B F}} = 16$, 那么 $\triangle A_1 F B_1$ 内切圆的半径为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \ln x + x$, 若存在 $x_0 \in [e, 4]$, 满足 $f(f(x_0) + b) = x_0 - b$, 则 b 的取值范围为 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

某公司有甲、乙两支研发团队, 现在要考察两支团队的研发水平, 随机抽取两个团队往年研发新品的成果如下: $(A, B), (A, \bar{B}), (A, B), (A, B), (A, B); (A, B), (A, B), (A, B); (A, B), (A, \bar{B}), (A, \bar{B}), (A, B), (A, B), (A, B), (A, B), (A, B), (A, B), (A, B)$. 其中 A, \bar{A} 分别表示甲团队研发成功和失败; B, \bar{B} 分别表示乙团队研发成功和失败.

(1) 若某团队成功研发一种新品, 则给该团队记 1 分, 否则记 0 分. 试求两队研发新品的成绩的平均数和方差, 并比较两团队的研发水平;

(2) 若公司安排两团队各自研发一种新品, 试估计恰有一队研发成功的概率.

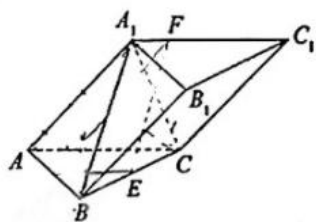
18. (本小题满分12分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $6b \cos^2 \frac{A}{2} = 3b - 2a + 3c$, D 是 AC 边上一点, $AD = 2DC, BD = 2$.

- (1) 求 $\cos B$;
- (2) 求 $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ 的最大值.

19. (本小题满分12分)

如图, 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = AC = 2, A_1A = A_1B = A_1C = 2\sqrt{2}, \angle BAC = 90^\circ$, E 是 BC 的中点, F 是线段 A_1C_1 上一点.



- (1) 求证: $AB \perp EF$;
- (2) 设 P 是棱 A_1A 上的动点(不包括边界), 当 $\triangle PBC$ 的面积最小时, 求棱锥 $P - ABC$ 的体积.

20. (本小题满分12分)

在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 中, 其所有外切矩形的顶点在一个定圆 $\Gamma: x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 上, 称此圆为椭圆的蒙日圆. 椭圆 C 过 $P(1, \frac{\sqrt{2}}{2}), Q(-\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{1}{2})$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 过椭圆 C 的蒙日圆上一点 M , 做椭圆的一条切线, 与蒙日圆交于另一点 N , 若 k_{OM}, k_{ON} 存在, 证明: $k_{OM} \cdot k_{ON}$ 为定值



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln(x+1) + \frac{1}{x+1} - x$.

- (1) 当 $a=2$ 时, 求函数 $y=f(x)$ 的图象在 $x=0$ 处的切线方程;
 (2) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq 1-4x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】(10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=4+4\cos \alpha, \\ y=4\sin \alpha, \end{cases}$ P 为 C_1 上的动点, 点 Q 满

足 $\vec{OQ} = \frac{1}{2}\vec{OP}$, 设点 Q 的轨迹为曲线 C_2 , 以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 写出曲线 C_2 的极坐标方程;
 (2) 直线 $\theta = \alpha$ ($\rho \in \mathbf{R}, 0 \leq \alpha < \pi$), 与曲线 C_2 交于点 A (不同于原点), 与曲线 $C: \rho = -2\sqrt{3} \sin \theta$ 交于点 B (不同于原点), 求 $|AB|$ 的最大值.

23. 【选修 4-5: 不等式选讲】(10 分)

已知 a, b, c 均为正数, 若 $a+b+c=1$, 求证:

- (1) $\frac{\sqrt{a+1}}{2} + \frac{\sqrt{b+1}}{2} + \frac{\sqrt{c+1}}{2} \leq \sqrt{3}$;
 (2) $2(a^3 + b^3 + c^3) \geq ab + bc + ac - 3abc$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw