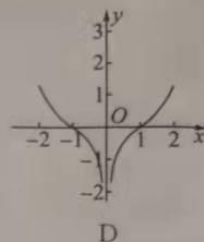
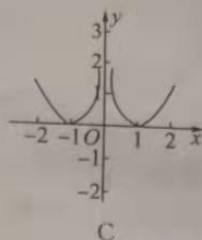
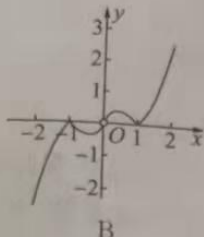
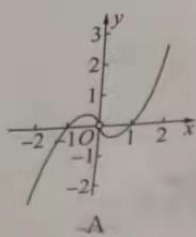


7. 函数 $f(x) = \frac{(e^x - e^{-x}) \cdot \ln|x|}{2}$ 在 $[-2, 0) \cup (0, 2]$ 上的大致图象为



8. 已知 O 为坐标原点, 抛物线 $x = \frac{1}{4}y^2$ 的焦点为 F , 点 M 在抛物线上, 且 $|MF| = 3$, 则 M 点到 x 轴的距离为

- A. 2 B. $\frac{47}{16}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

9. 已知 T_n 为正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积, 满足 $a_8 = 8, a_4 + a_5 = 8(a_7 + a_8)$, 则当 T_n 取得最大值时, $n =$

- A. 8 或 9 B. 9 或 10 C. 10 或 11 D. 11 或 12

10. 某大学在进行强基计划选拔人才时, 要求报名学生在高中阶段的 5 次数学成绩必须优秀. 定义一个同学数学成绩优秀的标准为: 5 次考试成绩均不低于 125 分. 现有甲、乙、丙三位同学 5 次数学考试成绩的记录数据:

- ① 甲同学: 5 个数据的中位数为 130, 总体均值为 132;
- ② 乙同学: 5 个数据的中位数为 132, 众数为 125;
- ③ 丙同学: 5 个数据的中位数为 133, 总体均值为 133, 总体方差为 5;
- ④ 丁同学: 5 个数据的极差为 3, 众数为 126.

则可以判定 5 次数学成绩一定优秀的同学为

- A. 乙、丁 B. 乙、丙 C. 甲、乙 D. 甲、丙

11. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $\triangle BCD$ 是正三角形, 其外接球球 O 的表面积为 16π , AP 是球 O 的直径, $AP \perp$ 平面 BCD , $\angle PAB = \frac{\pi}{6}$, 则该三棱锥的体积为

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

12. 已知 F_1, F_2 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 斜率为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 的直线 l 过 F_1 且与双曲线 C 的左、右两支分别交于 A, B 两点, 若 $|AF_2| = |BF_2|$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. 3

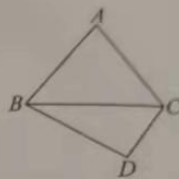
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $a = (2, 4), b = (-1, 1)$, 则 $b \cdot (a - b) =$ _____.

14. 已知 $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{13}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = |x+2| + e^{x+2} + e^{-2-x} + a$ 有唯一零点, 则实数 $a =$ _____.

16. 如图, 在平面四边形 $ABDC$ 中, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$, $A = \frac{\pi}{2}$, $DB = 2$, $DC = 1$, 则该四边形面积的最大值为 _____.



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 60 分.

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且有 $2a_1 + 2^2a_2 + 2^3a_3 + \dots + 2^n a_n = n \cdot 2^n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

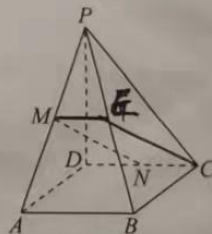
(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $T_n < 2$.

18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$,

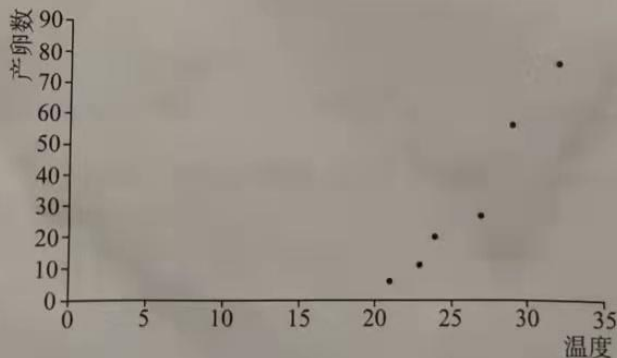
$PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD = \sqrt{3}$, M, N 分别为棱 AP, CD 的中点.

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 PBC ;

(2) 求点 M 到平面 PBC 的距离.



19. (12 分) 某研究所为了研究某种昆虫的产卵数 y 与温度 x 之间的关系, 现将收集到的温度 x_i 和一组昆虫的产卵数 y_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) 的 6 组观测数据作了初步处理, 得到如下图的散点图及一些统计数据.



经计算得到以下数据: $\bar{x} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i = 26$, $\bar{y} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i = 33$, $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 557$,

$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 84$, $\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 = 3930$, $\sum_{i=1}^6 (y_i - \hat{y}_i)^2 = 236.64$.

(1) 若用线性回归模型来拟合数据的变化关系, 求 y 关于 x 的回归方程 $\hat{y} = bx + \hat{a}$ (结果精确到 0.1);

二轮复习联考(三) 全国卷 1 文科数学试卷 第 3 页(共 4 页)

(2) 若用非线性回归模型来拟合数据的变化关系,求得 y 关于 x 的回归方程 $\hat{y} = 0.06e^{0.2303x}$, 且相关系数为 $R^2 = 0.9672$.

① 试与(1)中的回归模型相比,用 R^2 说明哪种模型的拟合效果更好;

② 用拟合效果好的模型预测温度为 35°C 时该组昆虫产卵数(结果四舍五入取整数).

附参考公式:对于一组具有线性相关关系的数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = bx + \hat{a}$

的截距和斜率的最小二乘法估计公式分别为: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$, 相关系数: $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$.

参考数据: $e^{0.0605} \approx 3.167$.

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 上顶点为 A , 直线 FA 的斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, 且原点 O 到直线 FA 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设椭圆 C 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 过点 $D(4, 0)$ 的动直线 l 交椭圆 C 于 P, Q 两点, 直线 A_1P, A_2Q 相交于点 E , 证明: 点 E 在定直线上.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - a \ln x - a (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 有极小值, 求该极小值的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta + 4\sin\theta$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若点 $M(0, 1)$, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = 1 + t \sin \alpha, \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l 与曲线 C 的交点

为 A, B , 当 $|MA| + |MB|$ 取最小值时, 求直线 l 的普通方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x - a| + |x + 1|$.

(1) 若 $a = -2$, 求不等式 $f(x) \leq 3$ 的解集;

(2) 如果关于 x 的不等式 $f(x) < 2$ 的解集不是空集, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线

