

2021—2022 学年度第一学期教学质量检测
高三数学试题

2022.01

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。满分 150 分, 考试用时 120 分钟。考试结束后, 将本试卷和答案卡一并交回。

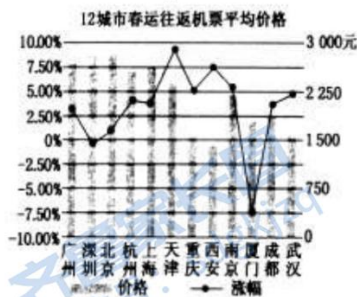
注意事项:

1. 答第 I 卷前考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 选出每小题答案前, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。所有试题的答案, 写在答题卡上, 不能答在本试卷上, 否则无效。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

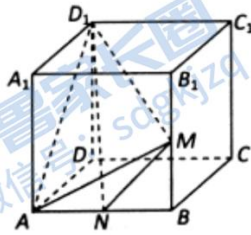
一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(-1, 1)$ B. $[-1, 2]$ C. $\{-1, 0\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 已知 i 为虚数单位, 复数 $Z = \frac{1-i}{1+2i}$, 则 Z 的共轭复数 \bar{Z} 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 现有橡皮泥制作的表面积为 4π 的球, 若将其重新制作成体积不变, 高为 1 的圆锥, 则圆锥的母线长为
A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1
4. 已知角 α 的终边上一点 P 的坐标为 $(\sin \frac{5\pi}{6}, \cos \frac{5\pi}{6})$, 则角 α 的最小正值为
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{7\pi}{6}$ D. $\frac{5\pi}{3}$
5. 如图是民航部门统计的 2017 年春运期间十二个城市售出的往返机票的平均价格以及相比去年同期变化幅度的数据统计图表, 根据图表, 下面叙述不正确的是
A. 深圳的变化幅度最小, 北京的平均价格最高
B. 深圳和厦门的春运期间往返机票价格同去年相比有所下降
C. 平均价格的涨幅从高到低居于前三位的城市为天津、西安、厦门
D. 平均价格从高到低居于前三位的城市为北京、深圳、广州
6. 已知圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 截直线 $x + y + 2 = 0$ 所得弦的长度为 4, 则实数 a 的值是



- A. -8 B. -6 C. -4 D. -2
7. 抛物线 $y^2 = -12x$ 的准线与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的两条渐近线所围成的三角形的面积等于
- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. 4
8. 已知 $a = \frac{3}{2\pi}, b = \sin \frac{1}{2}, c = \frac{9}{4\pi^2}$, 则
- A. $c < b < a$ B. $a < b < c$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$
- 二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.
9. $\left(\frac{a}{x} + x^2\right)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中各项系数之和为 2, 则其中正确的是
- A. $a=1$
B. 展开式中含 x^7 项的系数是 -32
C. 展开式中含 x^{-1} 项
D. 展开式中常数项为 40
10. 对于函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right), (\omega > 0)$, 下列结论正确的是
- A. 若 $f(x) \geq f\left(-\frac{\pi}{18}\right)$ 恒成立, 则 ω 的最小值为 2
B. 当 $\omega = 2$ 时, $\left[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right], k \in \mathbb{Z}$ 是单调增区间
C. 当 $\omega = 2$ 时, $f(x)$ 的图象关于 $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 对称
D. 当 $\omega = 2$ 时, $f(x)$ 的图象可由 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到
11. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_n^2 - a_{n-1}^2 = p, (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*, p \text{ 为常数})$, 则称 $\{a_n\}$ 为“等方差数列”, p 称为“公方差”, 下列对“等方差数列”的判断正确的是
- A. $\{(-1)^n\}$ 是等方差数列
B. 若数列 $\{a_n\}$ 既是等方差数列, 又是等差数列, 该数列必为常数列
C. 正项等方差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, 且 a_1, a_2, a_3 是等比数列, 则 $a_n = 2n - 1$
D. 若等方差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 2, 公方差为 2, 若将 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 这种顺序排列的 10 个数作为某种密码, 则可以表示 512 种不同密码
12. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, M, N 分别为 BB_1, AB 的中点. 下列说法正确的是

- A. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 外接球的表面积为 3π
 B. 面 AND_1 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 外接球所得圆的面积为 $\frac{3\pi}{4}$
 C. 三棱锥 $A-MND_1$ 的体积为 $\frac{1}{24}$
 D. 直线 AM 与面 AND_1 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$



第 11 卷(非选择题 共 90 分)

三、填空题: 本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x - 2$, 则不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集是 _____;

14. 已知某种商品的广告费支出 x (单位: 万元)与销售额 y (单位: 万元)之间有如下对应数据:

x	2	4	5	6	8
y	30	40	50	60	70

根据上表可得回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 其中 $\hat{b} = 7$, 据此估计, 当投入 10 万元广告费时, 销售额为 _____ 万元;

15. 已知在边长为 4 的等边 $\triangle ABC$ 中, $BD = \frac{1}{3}DC$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____;

16. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A, B, C , 且 $\sin A, \sin B, \sin C$ 成等差数列, 则角 B 的取值范围是 _____; $2\sin B + \sqrt{3}\sin 2B$ 最大值为 _____. (第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos C}{c} = \frac{1}{b}$, 且

$$b = \sqrt{6}, c > b > a.$$

(1) 求 ac 的值;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{\sqrt{95}}{4}$, 求 a, c 的值.

18. (本小题满分 12 分)

给定数列 $\{a_n\}$, 若满足 $a_1 = a (a > 0, \text{且} a \neq 1)$, 对于任意的 $m, n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $a_{m+n} = a_m \cdot a_n$, 则称 $\{a_n\}$ 为“指数型数列”.

(1) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3^n$, 证明: $\{a_n\}$ 为“指数型数列”;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_n = 2a_{n+1} + a_n \cdot a_{n+1}$;

(I) 判断 $\left\{\frac{1}{a_n} + 1\right\}$ 是否为“指数型数列”, 若是给出证明, 若不是说明理由;

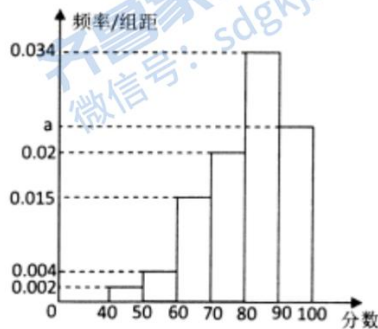
(II) 若 $b_n = \frac{1}{a_n} + n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

习近平总书记在党的十九大报告中指出, 保障和改善人民最关心最直接最现实的利益问题要从“让人民群众满意的事情”做起. 2021 年底某市城市公园建设基本完成, 为了解市民对该项目的满意度, 从该市随机抽取若干市民对该项目进行评分(满分 100 分), 绘制成如图所示的频率分布直方图, 并将分数从低到高分四个等级:

(1) 若市民的满意度评分相互独立, 以满意度样本估计全市民满意度, 现从全市民中随机抽取 5 人, 求至少 2 人非常满意的概率;

满意度	低于	60 分到	80 分到	不低于
评分	60 分	79 分	89 分	90 分
满意度	不满	基本满意	满意	非常满
等级	意			意



(2) 相关部门对该项目进行验收, 验收的硬性指标是:

全民对该项目的满意指数不低于 0.8, 否则该项目需要进行整改, 根据你所学的统计知识,

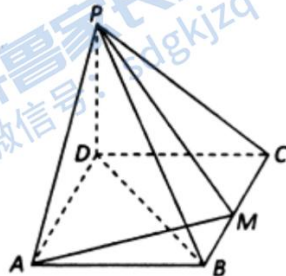
判断该项目能否通过验收, 并说明理由; (注: 满意指数 = $\frac{\text{满意度平均分}}{100}$)

(3) 在等级为不满意的市民中, 老人占 $\frac{1}{3}$, 现从该等级市民中按年龄分层抽取 9 人了解不满意的原因, 并从中选取 3 人担任督导员. 记 X 为老年督导员的人数, 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$.

20. (本小题满分 12 分)

如图所示, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, M 为 BC 中点, 且 $AD = \sqrt{2}$, $DC = 1$.

- (1) 求证: 面 $PAM \perp$ 面 PDB ;
(2) 若两条异面直线 AB 与 PC 所成的角为 45° , 求面 PAM 与面 PBC 夹角的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 离心率为 $\frac{1}{2}$, 短轴长为 $2\sqrt{3}$, 过 $(0, 2)$ 的直线 l 与椭圆 C 相切于第一象限的 T 点.

- (1) 求椭圆 C 的方程和 T 点坐标;
(2) 设 O 为坐标原点, 直线 l' 平行于直线 OT , 与椭圆 C 交于不同两点 A, B , 且与直线 l 交于点 P . 证明: $\frac{|PA| \cdot |PB|}{|PT|^2}$ 为定值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = \frac{1}{e^2}$ 处的切线方程;
(2) 若方程 $f(x) = m$ 有两个实根 x_1, x_2 , 且 $x_2 > x_1$
(I) 求 m 的取值范围;
(II) 求证: $x_2 - x_1 < 1 + \frac{1}{e^2} + 2m$.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：sdgkjzq。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索