

安宁河联盟 2022~2023 学年度下期高中 2021 级期末联考

文科数学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

注意事项：

1.答题前，考生务必在答题卡上将自己的学校、姓名、班级、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚。

2.选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3.考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$ ，集合 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1, 2\}$

2. 命题 $P: \forall x > 0, \sin x > 0$ ，则命题 P 的否定 $\neg P$ 为 ()

- A. $\forall x > 0, \sin x \leq 0$ B. $\forall x > 0, \sin x < 0$
C. $\exists x_0 > 0, \sin x_0 \leq 0$ D. $\exists x_0 > 0, \sin x_0 < 0$

3. 水果收购商为了了解某种水果的品质，想用分层抽样的方法从 500 个大果，300 个中果，200 个小果中抽取一部分送去质检部门检验，若抽取的小果为 30 个，则他抽取的大果为 () 个。

- A. 150 B. 75 C. 45 D. 15

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x > 0 \\ e^x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，则 $f(f(4))$ 的值是 ()

- A. -2 B. 0 C. 1 D. e

5. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 P 到 y 轴的距离为 2，焦点为 F ，则 $|PF| =$ ()

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{2}$

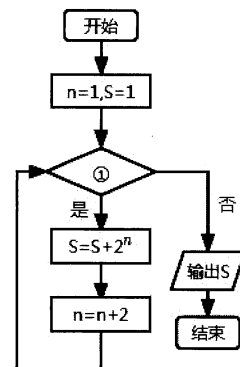
6. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = -x + y$ 的最大

值为 ()

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 3

7. 若如图所示的程序框图输出的 S 是 43，则条件①可以为 ()

- A. $n < 5?$ B. $n < 7?$
C. $n < 8?$ D. $n < 9?$



8. 已知函数 $f(x) = 2\cos x$ ，直线 $l_1: x - ky + 1 = 0$ 与 $l_2: x f'(\frac{\pi}{6}) - y - 6 = 0$ 平行，则 k 的值为 ()

- A. $-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. -1 D. 1

9. 已知 $\odot C: x^2 + y^2 - 2ay = 0$ ，过 $\odot C$ 内一点 $A(2, 1)$ 的直线被 $\odot C$ 所截得的最短弦的长度为 2，则 $a =$ ()

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 3

10. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右两焦点为 F_1 和 F_2 ， P 为椭圆上一点，且 $|PO| = 2\sqrt{3}$ ，则

$|PF_1| \cdot |PF_2| =$ ()

- A. 8 B. 12 C. 16 D. 64

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，过点 $P(-2, 0)$ 作一条

倾斜角为 30° 的直线与双曲线 C 在第一象限交于点 M ，且 $|PF_2| = |F_2M|$ ，则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{1+\sqrt{5}}{3}$

12. 若 $e^x \geq \ln ax + (a-1)x$ 在 $x \in (0, 2]$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围是为 ()

- A. $(-\infty, e]$ B. $(0, e]$ C. $(-\infty, \frac{e^2}{2}]$ D. $(0, \frac{e^2}{2}]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知复数 z 满足 $z = 1 - i$ ，则 z 的模长为_____。

14. 已知函数 $f(x) = (m-1)x^2 + x$ 是 R 上的奇函数，则点 $P(m, 2)$ 到直线 $l: 3x + 4y - 6 = 0$ 的距离为_____。

15. 2022 年 12 月 26 日凉山进入动车时代，由于客流高峰小李只买到站票，从西昌出发的动车除车头外有 8 节车厢，小李随机上了其中一节车厢，并在车厢内任意位置原地等候。据数据中心信息第 6 节车厢最中间，有一位乘客下一站下车且该座位无人购买（不考虑该座位被他人抢占），求小李行走不超过 1.5 节车厢能坐到该座位的概率_____。

16. 正三棱锥 $P-ABC$ 各顶点在同一个球面中，侧棱长为 4，侧棱与底面所成角为 $\frac{\pi}{6}$ ，则该球的体积为_____。

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题 12 分) 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + x + 1$ 在 $x = -1$ 时取得极值.

- (1) 求 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 0]$ 上的最大值与最小值.

18. (本题 12 分) 石榴在我国传统文化意识中是一种吉祥、吉利的意思, 寓意多子多福, 红红火火, 团团圆圆. 石榴有止血、止咳的功效, 具有健脾提神、增强食欲的作用. 石榴的使用方式也多种多样, 其中石榴冰酒就受人们的喜爱和追捧. 现有关部门对甲和乙两厂家生产的石榴冰酒进行随机检测各 100 件, 两产家生产的石榴冰酒根据检测结果分为 A,B,C, 三个等级, 其中 A,B 为合格品, C 为次品, 统计结果如下: (原创)

等级	A	B	C
数量	50	110	40

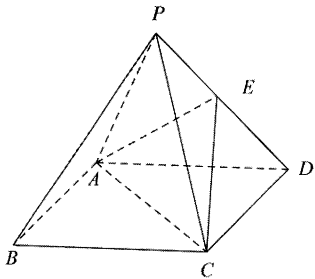
- (1) 从中随机抽取一件产品, 为合格品的概率是多少?
- (2) 为了解人们对 A,B 两种品质的石榴冰酒的喜爱情况, 现在当地对 160 名群众 (其中女性: 80 人, 男性: 80 人) 进行问卷调查 (每名群众在 A,B 两种品质的酒中必须选择一种且只能选择一种), 下表是根据调查结果得到的 2×2 列联表. 请将列联表补充完整, 并判断是否在犯错误率不超过 0.1% 的前提下, 认为选择酒的种类与性别有关?

性 别 \ 种 类	A	B	合计
男性		45	
女性	15		
总计			

附: 参考公式及数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19. (本题 12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, $PB = PD$, $PA = PC = AB = 2$, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, E 为 PD 的中点.
- (1) 求证: $PB \parallel$ 平面 ACE ;
 - (2) 求三棱锥 $E-ABC$ 的体积.



20. (本题 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$, 过椭圆的右焦点 F_2 作垂直于 x 轴的直线交椭圆于 $A(2, 3)$, B 两点.
- (1) 求椭圆 C 的方程;
 - (2) 若 M, N 是椭圆上位于 AB 两侧的动点, 当 M, N 运动时, 始终保持 AB 平分 $\angle MAN$, 求证: 直线 MN 的斜率为定值.

21. (本题 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax - b$.
- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
 - (2) 若 $f(x) \leq 0$ 恒成立, 求 $\frac{b}{a}$ 的取值范围.

22. (本题 10 分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \alpha \\ y = 2 + 2 \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{2}{1 + \sin^2 \theta}$.
- (1) 求曲线 C_1 的普通方程, C_2 的直角坐标方程;
 - (2) 已知 N 为曲线 C_1 的圆心, 点 M 为曲线 C_2 上一动点, 求 $|MN|$ 的最大值.