

2020 年湖北省高三(4 月)线上调研考试

文科数学试卷

2020.4

本试卷共 5 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 考试过程中,请考生自觉遵守考试纪律等相关规定,诚信应考,不得有作弊、泄露试题等行为。请家长做好监考工作。

2. 请确保网络环境、考试环境良好,备好答题所用的白纸和笔。

3. 登录好分数 APP,点击“作业测试”,进入对应考试科目。“试卷”将根据考试时间准时显示。开考后,考生首先在白纸上手写答题。答题结束后,点击“填写答题卡”,进入到“在线答题卡”。将事先准备好的答案,填写至在线答题卡上(选择题、多选题及判断题,直接在“在线答题卡”上勾选答案;主观题按照要求将手写的答案竖向拍照,并分别上传),然后点击“提交答题卡”完成提交。答题卡上传提交后考试时间内还能继续提交覆盖,为了避免大家都在考试最后快结束的时间上传造成拥堵,建议提前上传。

备注:主观题要确保答案及照片清晰、干净、完整;为留取拍照时间,考试将延长 10 分钟。

4. 此次全省联考是检测复课前线上备考成效的一次重要考试,有利于调整和优化复课后备考策略,请考生和家长高度重视。考试结束后,考试组织方将为所有考生免费提供《考试成绩和学情分析报告》。请考生或家长及时扫描右方二维码,关注“育路通”微信公众号。依次点击“高考测评—查看报告”,即可免费查询。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4x - 5 < 0\}$ , 集合  $B = \{y | y > 0\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{x | 0 < x < 5\}$       B.  $\{x | -5 < x < 0\}$       C.  $(-1, +\infty)$       D.  $\{x | -1 < x \leq 10\}$

2. 已知  $\frac{a-3i}{i} = b+3i (a, b \in \mathbf{R})$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则复数  $z = a-bi$  在复平面内对应的点在

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

3. 已知  $x = 2^{0.1}, y = \log_5 2, z = \log_{0.5} 2$ , 则

- A.  $y < x < z$       B.  $y < z < x$       C.  $z < x < y$       D.  $z < y < x$

4. 已知平面向量  $m, n$  均为单位向量, 若向量  $m, n$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $|3m+4n| =$

- A. 37      B. 25      C.  $\sqrt{37}$       D. 5

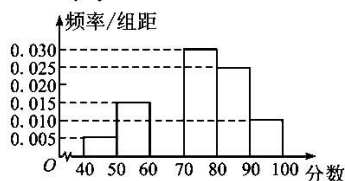
5. 若不等式  $\frac{1}{x} + \frac{1}{1-4x} \geq m$  对  $x \in (0, \frac{1}{4})$  恒成立, 则实数  $m$  的最大值为

- A. 7      B. 8      C. 9      D. 10

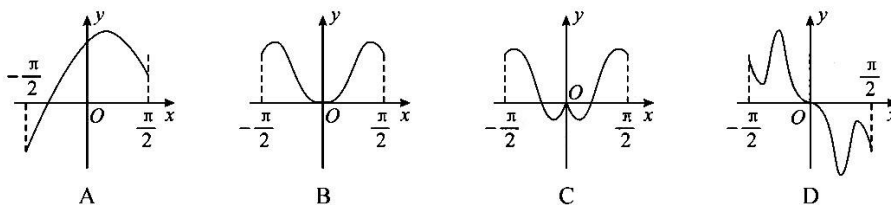
2020 年湖北省高三(4 月)线上调研考试文科数学试卷 第 1 页(共 5 页)

6. 某城市在进行创建文明城市的活动中,为了解居民对“创建文明城”的满意程度,组织居民给活动打分(分数为整数,满分100分),从中随机抽取一个容量为120的样本,发现所给数据均在 $[40, 100]$ 内.现将这些分数分成以下6组并画出样本的频率分布直方图,但不小心污损了部分图形,如图所示.观察图形则下列说法中有错误的是

- A. 第三组的频数为18人  
B. 根据频率分布直方图估计众数为75分  
C. 根据频率分布直方图估计样本的平均数为75分  
D. 根据频率分布直方图估计样本的中位数为75分



7. 我国著名数学家华罗庚先生曾说:“数缺形时少直观,形缺数时难入微,数形结合百般好,隔裂分家万事休.”在数学的学习和研究中,常用函数的图像研究函数的性质,也常用函数的解析式来琢磨函数的图像特征.如函数  $y = -2\cos^2 x + \cos x + 1, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  的图象大致为



8. 函数  $f(x) = \sqrt{3}\cos(2x - \frac{\pi}{2}) + \cos(\pi + 2x)$  的单调增区间为
- A.  $[-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi], k \in \mathbf{Z}$       B.  $[-\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi], k \in \mathbf{Z}$   
C.  $[-\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi], k \in \mathbf{Z}$       D.  $[-\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi], k \in \mathbf{Z}$
9. 已知  $F$  是抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点,过焦点  $F$  的直线  $l$  交抛物线的准线于点  $P$ ,点  $A$  在抛物线上,且  $|AP| = |AF| = 3$ ,则直线  $l$  的斜率为
- A.  $\pm 1$       B.  $\sqrt{2}$       C.  $\pm\sqrt{2}$       D.  $\sqrt{2}$
10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax, & x \leq 1 \\ 3ax - 7, & x > 1 \end{cases}$ ,若存在  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ ,且  $x_1 \neq x_2$ ,使得  $f(x_1) = f(x_2)$  成立,则实数  $a$  的取值范围是
- A.  $(-\infty, 3)$       B.  $(-\infty, 3]$       C.  $(-2, 2)$       D.  $(-2, 2]$
11. 平面四边形  $ABCD$  形中,  $\angle ABC = 150^\circ, \sqrt{3}AB = 2BC, AC = \sqrt{13}, BD \perp AB, CD = 3$ ,则四边形  $ABCD$  的面积为
- A.  $2\sqrt{3} + 2$       B.  $\sqrt{3} + 1$       C.  $7\sqrt{3}$       D.  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

12. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线与  $C$  的两条渐近线分别交于  $A, B$  两点, 若以  $F_1 F_2$  为直径的圆过点  $B$ , 且  $A$  为  $F_1 B$  的中点, 则双曲线  $C$  的离心率为
- A.  $\sqrt{3} + 1$       B. 2      C.  $\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{2}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设曲线  $y = e^x + 1$  上点  $P$  处的切线平行于直线  $x - y - 1 = 0$ , 则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_.
14. 已知  $\theta$  为锐角, 且  $\sqrt{2} \sin \theta \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 5 \cos 2\theta$ , 则  $\tan \theta =$ \_\_\_\_\_.
15. 已知  $A, B, C$  是球  $O$  球面上的三点,  $AC = BC = 6, AB = 6\sqrt{2}$ , 且四面体  $OABC$  的体积为 24, 则球  $O$  的表面积为\_\_\_\_\_.
16. 自湖北爆发新型冠状病毒肺炎疫情以来, 湖北某市医护人员和医疗、生活物资严重匮乏, 全国各地纷纷驰援. 某运输队接到从武汉送往该市物资的任务, 该运输队有 8 辆载重为 6t 的 A 型卡车, 6 辆载重为 10t 的 B 型卡车, 10 名驾驶员, 要求此运输队每天至少运送 240t 物资. 已知每辆卡车每天往返的次数为 A 型卡车 5 次, B 型卡车 4 次, 每辆卡车每天往返的成本 A 型卡车 1200 元, B 型卡车 1800 元, 则每天派出运输队所花的成本最低为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 题 ~ 第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题 ~ 第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \log_3(ax + b)$  的图像经过点  $A(2, 1)$  和  $B(5, 2)$ ,  $a_n = an + b (n \in \mathbf{N}^*)$

(1) 求  $\{a_n\}$ ;

(2) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $b_n = \frac{2}{n(n+2)} + 2\sqrt{S_n}$ , 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (本小题满分 12 分)

2020 年春节期间,新型冠状病毒(2019-nCoV)疫情牵动每一个中国人的心,危难时刻全国人民众志成城,共克时艰,为疫区助力.我国 S 省 Q 市共 100 家商家及个人为缓解湖北省抗疫消毒物资压力,募捐价值百万的物资对口输送湖北省 H 市.

(1)现对 100 家商家抽取 5 家,其中 2 家来自 A 地,3 家来自 B 地,从选中的这 5 家中,选出 3 家进行调研,求选出 3 家中 1 家来自 A 地,2 家来自 B 地的概率.

(2)该市一商家考虑增加先进生产技术投入,该商家欲预测先进生产技术投入为 49 千元的月产增量.现用以往的先进技术投入  $x_i$  (千元)与月产增量  $y_i$  (千件) ( $i = 1, 2, 3, \dots, 8$ ) 的数据绘制散点图,由散点图的样本点分布,可以认为样本点集中在曲线  $y = a + b\sqrt{x}$  的附近,且  $\bar{x} = 46.6, \bar{y} = 563, \bar{t} = 6.8, \sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2 = 289.9, \sum_{i=1}^8 (t_i - \bar{t})^2 = 1.6, \sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1469, \sum_{i=1}^8 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y}) = 108.8$ , 其中  $t_i = \sqrt{x_i}, t = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 t_i$ , 根据所给的统计量,求  $y$  关于  $x$  回归方程,并预测先进生产技术投入为 49 千元时的月产增量.

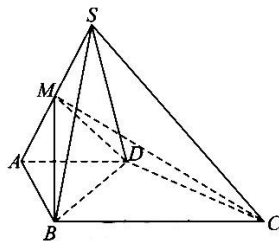
附:对于一组数据  $(u_1, v_1)(u_2, v_2)$ , 其回归直线  $v = \alpha + \beta u$  的斜率和截距的最小二乘法

$$\text{估计分别为 } \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}, \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{u}.$$

19. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥  $S-ABCD$  中,侧面  $SCD$  为钝角三角形且垂直于底面  $ABCD, CD = SD$ , 点  $M$  是  $SA$  的中点,  $AD \parallel BC, \angle ABC = 90^\circ, AB = AD = \frac{1}{2}BC = a$ .

- (1) 求证:平面  $MBD \perp$  平面  $SCD$ ;
- (2) 若  $\angle SDC = 120^\circ$ , 求三棱锥  $C-MBD$  的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $E(\sqrt{2}, 1)$ , 其左、右顶点分别为  $A, B$ , 左、右焦点为  $F_1, F_2$ , 其中  $F_1(-\sqrt{2}, 0)$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 设  $M(x_0, y_0)$  为椭圆  $C$  上异于  $A, B$  两点的任意一点,  $MN \perp AB$  于点  $N$ , 直线  $l: x_0x + 2y_0y - 4 = 0$ , 设过点  $A$  且与  $x$  轴垂直的直线与直线  $l$  交于点  $P$ , 证明: 直线  $BP$  经过线段  $MN$  的中点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^2 + a\cos x$

(1) 求函数  $f(x)$  的奇偶性, 并证明当  $|a| \leq 2$  时函数  $f(x)$  只有一个极值点;

(2) 当  $a = \pi$  时, 求  $f(x)$  的最小值;

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在 22, 23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时写清题号.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 以原点为

极点,  $x$  轴非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 = \frac{4}{1 + 3\sin^2\alpha}$ .

(1) 求曲线  $C_1$  的极坐标方程以及曲线  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若直线  $l: y = kx$  与曲线  $C_1$ 、曲线  $C_2$  在第一象限交于  $P, Q$ , 且  $|OQ| = |PQ|$ , 点  $M$  的直角坐标为  $(1, 0)$ , 求  $\triangle PMQ$  的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知实数  $a, b$  满足  $a^2 + b^2 - ab = 3$ .

(1) 求  $a - b$  的取值范围;

(2) 若  $ab > 0$ , 求证:  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{3}{4} \geq \frac{4}{ab}$ .

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

**温馨提示：**

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html>