

★开封前注意保密

肇庆市 2022—2023 学年第二学期高一年级期末教学质量检测

数 学

本试题共 6 页，考试时间 120 分钟，满分 150 分

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的信息填写清楚、准确，将条形码准确粘贴在条形码粘贴处。
2. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效。
3. 答题时请按要求用笔，保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不得使用涂改液、修正带、刮纸刀。考试结束后，请将本试题及答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

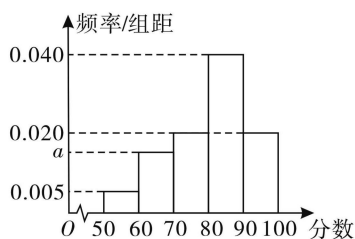
1. 函数 $f(x) = \sin x \cos x$ 的最小正周期为
A. $\frac{1}{2}\pi$ B. π C. 2π D. 4π
2. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。若 $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$, $B = \frac{\pi}{3}$ ，则 $A =$
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$
3. 已知向量 a, b 满足 $(a+b) \cdot b = 16$, $|b| = 2$ ，则 a 在 b 上的投影向量为
A. $3b$ B. $6b$ C. $9b$ D. $12b$
4. 已知向量 $a = (x+1, 1)$, $b = (-8, x^2+15)$ ，在集合 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 中随机取值作为 x ，则 $a \perp b$ 的概率为
A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$
5. 设 z 为复数，若 $(1+i)z > 0$ ，则 z 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
6. 圆锥的母线 l 、高 h 、底面半径 r 满足 $l-h = h-r = 1$ ，则该圆锥的侧面积为
A. 10π B. 15π C. 20π D. 30π
7. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的底面 ABC 为直角三角形，且 $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 。若 $PA \perp$ 平面 ABC ，且 $AB = 3$, $PA = 4$ ，三棱锥 $P-ABC$ 的所有顶点均在球 O 的球面上，记球 O 的体积和表面积分别为 V, S ，则 $\frac{V}{S} =$
A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{5}{2}$

高一·数学 第 1 页(共 6 页)

8. 给定一个正整数 $n(n \geq 3)$, 从集合 $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 中随机抽取一个数, 记事件 $A =$ “这个数为偶数”, 事件 $B =$ “这个数为 3 的倍数”. 下列说法正确的是
- A. 若 $n = 6k, k \in \mathbf{N}^*$, 则至少存在一个 n , 使事件 A 和事件 B 不独立
- B. 若 $n \neq 6k, k \in \mathbf{N}^*$, 则存在无穷多个 n , 使事件 A 和事件 B 独立
- C. 若 n 为奇数, 则至少存在一个 n , 使事件 A 和事件 B 独立
- D. 若 n 为偶数, 则对任意的 n , 事件 A 和事件 B 独立

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 某市为了了解全市 10 万名高一学生的数学学习情况, 抽取了该市某个区的 15 000 名学生进行数学能力测试(百分制), 并将这些学生的成绩整理成如图所示的频率分布直方图。根据频率分布直方图, 下列说法正确的是



- A. 图中 a 的值为 0.15
- B. 估计样本数据的 75% 分位数为 85
- C. 用样本可以估计全市高一学生数学能力测试不及格 (低于 60 分) 的人数为 5 000
- D. 用样本可以估计全市高一学生数学能力测试的平均分约为 80.5 分 (同一组数据用该组区间的中点值作代表)
10. 已知函数 $f(x) = A \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 下列说法正确的是
- A. $\omega = 4$
- B. $f(x)$ 图象上所有点向上平移一个单位长度得到 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x)$ 的最大值为 3, 则 $A = 2$
- C. $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{4}$, 纵坐标不变, 得到 $h(x)$ 的图象, 则

$$h(x) = A \sin\left(8x + \frac{\pi}{4}\right)$$

- D. $f(x)$ 图象上所有点的纵坐标缩短为原来的 $\frac{1}{4}$, 横坐标不变, 得到 $r(x)$ 的图象, 则

$$r(x) = 4A \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

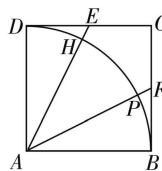
11. 如图, 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 CD, BC 的中点, 以 A 为圆心, AB 为半径作圆, 得到重叠部分为扇形 DAB . 连接 AF, AE , 分别交弧 BD 于 P, H . 下列说法正确的是

A. $\frac{\overrightarrow{AE}}{|\overrightarrow{AE}|} = \overrightarrow{AH}$

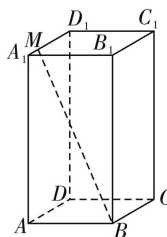
B. $\cos \angle HAP = \frac{4}{5}$

C. $\{\overrightarrow{HP}, \overrightarrow{DB}\}$ 可作为一个基底

D. $\overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{5}}{3}\overrightarrow{AH} + \frac{\sqrt{5}}{3}\overrightarrow{AP}$



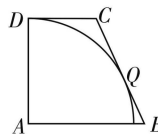
12. 如图, 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱长分别为 $AB=a$, $BC=b$, $BB_1=c$, a, b, c 为常数, 且满足 $b \leq a$, $c=2a$. 点 M 为 A_1D_1 上的动点 (不与 A_1, D_1 重合), 过点 C 作截面 α , 使 $\alpha \perp BM$, α 分别交 BB_1, AB 于点 E, F . 下列说法正确的是
- A. 截面 α 是三角形
 - B. 截面 α 的周长为定值
 - C. 存在点 M , 使 $CF \perp CE$
 - D. $CF^2 + 6CE^2 - 2FE^2$ 为定值



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知锐角三角形 ABC 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}ab$, 则 $C =$ _____.
14. 已知 e_1, e_2 为不共线的单位向量, 所成角为 60° , 若向量 $a = e_1 + 2e_2, b = e_1 - e_2$, 则 $a \cdot b$ 的值为 _____.
15. 某银行发行了甲, 乙两款理财产品, 一名投资者有意向去投资这两款理财产品. 已知这名投资者选择投资甲, 乙两款理财产品相互独立, 且投资甲产品的概率为 $\frac{1}{5}$, 投资乙产品的概率为 $\frac{1}{4}$, 则该投资者两种产品都不投资的概率为 _____.

16. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AB \perp AD, AD=3$, 若以 A 为圆心, AD 为半径的圆与 BC 相切, 切点为 Q , 则 $\vec{AQ} \cdot \vec{AC}$ 的值为 _____.



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

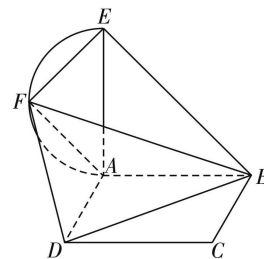
17. (10 分) 设复数 $z = 1 + bi, b \in \mathbf{R}$, 若 $\frac{z}{1+2i} \in \mathbf{R}$.

- (1) 求 $|z|$;
- (2) 记 $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数, 计算 $(z + \bar{z})^2 + (z - \bar{z})^2$ 的值.

18. (12 分) 山东淄博有着丰富的烧烤文化, 淄博烧烤以其独特的口味和制作方法, 吸引了大量的食客, 今年的“五一”假期更是游客“进淄赶烤”的高峰期. 某商家为了提高自己的竞争力, 举行了消费抽奖活动, 活动规则如下: 每消费满 100 元, 会获得一次抽奖机会, 奖项为“5 元烧烤优惠券”“10 元烧烤优惠券”以及“谢谢惠顾”. 已知抽中“5 元烧烤优惠券”的概率为 $\frac{1}{2}$, 抽中“10 元烧烤优惠券”的概率为 $\frac{1}{3}$, 并且每次抽奖互不影响.

- (1) 求抽到“谢谢惠顾”的概率;
(2) 某位客人消费了 200 元, 求这位客人能抽到总计 10 元烧烤优惠券的概率.

19. (12 分) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 所在平面与等腰直角三角形 EAB 所在平面相互垂直. 以 AE 为直径, 在平面 EAB 内作半圆(半圆位于 EA 的左侧), 点 F 为弧 AE 上的一点.
- (1) 证明: $EF \perp$ 平面 ADF ;
(2) 若点 F 为弧 AE 的中点, 求二面角 $F-BD-A$ 的正切值.



20. (12 分)为调查某校高一学生的数学学习情况以及男女生学习水平的差异,采用分层随机抽样的方式从高一年级抽取 n 人参加数学知识竞赛(满分 10 分). 已知该校高一男女生的人数比为 1:2,抽取了 20 名男生参加数学知识竞赛,他们的成绩记为 x_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 20$),其中 x_i 分别为: 8, 3, 2, 4, 8, 5, 5, 7, 7, 6, 8, 5, 5, 6, 4, 9, 6, 8, 6, 8. (参考数据: $\sum_{i=1}^{20} x_i = 120$, $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 788$)
- (1)求样本总人数 n ;
 - (2)求男生数学知识竞赛成绩的第 60 百分位数以及方差;
 - (3)若女生数学知识竞赛成绩的平均数为 3, 方差为 10.3, 求样本总方差.

21. (12 分)如图所示,在一块面积为 $\frac{5000}{3}\pi \text{ m}^2$ 的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$ 的扇形 POQ 空地中(如图 1: 扇形 POQ , $\angle QOP = \frac{\pi}{3}$),要建设一座长方体的高楼(如图 2: 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$). 由于建设需求,点 C 需在弧 PQ 上(如图 3). 为了消防安全,楼层建设不能太高, OC_1 与地面 OPQ 所成的角最大为 $\frac{\pi}{4}$.
- (1)求楼高 CC_1 的最大值;
 - (2)求这座高楼体积的最大值.

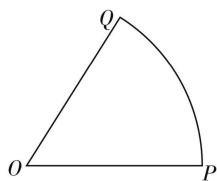


图 1

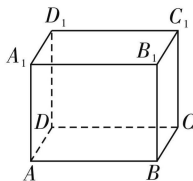


图 2

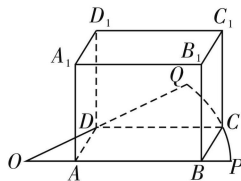


图 3

22. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 设内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + 2 \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3 \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

(1) 证明: $a^2 + 2b^2 = 3c^2$;

(2) 若 $\sin(B - A) + \sin C = 7 \sin A$, 求 $\cos A$ 的值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站(网址: www.zizzs.com)和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线