

24 届广东省普通高中学科综合素养评价
9 月南粤名校联考

数学

本试卷共 4 页，22 小题，满分 150 分。考试用时 120 分钟

- 注意事项：**1. 答卷前，考生务必用黑色笔迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。将条形码横贴在答题卡指定位置。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色笔迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将试题与答题卡一并交回。

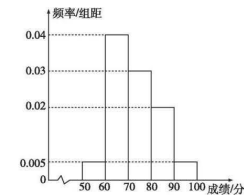
一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

- 已知集合 $U = \{x | x < 8, x \in \mathbb{N}^*\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 那么 $\complement_U(A \cup B) =$ ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{5, 6\}$ D. $\{6, 7\}$
- 复数 $z = \frac{3+i}{1-i}$ 在复平面内对应的点在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 函数 $y = |\cos x|$ 的一个单调减区间是 ()
A. $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ C. $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ D. $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$
- 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F , 点 M 在抛物线上, 且 $|MF| = 3$, FM 的延长线交 y 轴于点 N , 若 M 为线段 FN 的中点, 则 $p =$ ()
A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. 6
- 从正整数 $1, 2, \dots, 10$ 中任意取出两个不同的数, 则取出的两个数的和等于某个正整数的平方的概率为 ()
A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{6}{45}$ C. $\frac{7}{45}$ D. $\frac{8}{45}$

- 已知角 α 的顶点在原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(2, -1)$, 求 $\cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4})$ 的值 ()
A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{9}{10}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- 直线 $x + y \cdot 2\cos\theta = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 截得的弦长最大值为 ()
A. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. 2 D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) + f(x-2) = 4$, 且当 $x > -1$ 时, $f'(x) \geq x + \frac{1}{x+1} - 1$, 则不等式 $[f(x) - 2] \cdot (e^x - 1) > 0$ 的解集为 ()
A. $(0, +\infty)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分。

9. 某学校随机抽取 200 名学生数学周测成绩的频率分布直方图如图所示, 据此估计该校本次数学周测的总体情况(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表), 下列说法正确的是 ()



- 众数为 60 或 70
 - 25% 分位数为 65
 - 平均数为 73
 - 中位数为 75
10. 下列不等式正确的是 ()
- $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2 (a \cdot b \neq 0)$
 - $b > a > 0$, 则 $\frac{a+2}{b+2} > \frac{a}{b}$
 - $-\frac{1}{2} < x \leq 2$ 是不等式 $-3 < 4x - 4x^2 \leq 0$ 成立的必要不充分条件
 - 函数 $y = x(3-2x) (0 \leq x \leq 1)$ 的最大值是 $\frac{9}{8}$
11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{\lambda a_n}{a_n + \mu}$, $\mu \neq -1$ 且 $a_1 = 1$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\lambda=0$, 则数列 $\{a_n\}$ 为常数列
 B. 若 $\lambda=\mu \neq 0$, 则数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等差数列
 C. 若 $\lambda=\mu=1$, 则数列 $\{a_n \cdot a_{n+1}\}$ 前 n 项和为 $\frac{n}{n+1}$
 D. 对于任意的 $\lambda \in R, \mu \in R$, 数列 $\{a_n\}$ 都不可能为等比数列

12. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 且 $AB=BC=\frac{1}{2}CC_1=2$, E 为线段 CC_1 的中点, P 为棱 AA_1 上的动点, 平面 α 过 P, E, B_1 三点, 则下列命题正确的是 ()

- A. 三棱锥 $B-PEB_1$ 的体积不变
 B. 平面 $\alpha \perp$ 平面 ABE
 C. 当 P 与 A_1 重合时, α 截此三棱柱的外接球所得的截面面积为 $\frac{11}{2}\pi$;
 D. 存在点 P , 使得直线 BC 与平面 α 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

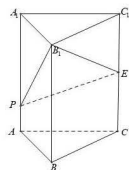
13. $\left(x-\frac{2}{x}\right)^5$ 的二项展开式中 x^{-1} 的系数为 _____.
 14. 已知向量 $\vec{a}=(-1,1)$, $\vec{b}=(1,2)$, 求向量 \vec{b} 在向量 \vec{a} 方向上的投影向量为 _____.
 15. 若函数 $f(x)=2x^3+ax^2-3x-2$ 在 $x=1$ 处取得极小值, 则函数 $f(x)$ 的极大值为 _____.
 16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 在椭圆 C 上, 且 $\angle F_1MF_2=120^\circ$, (O 为原点), 则 $|OM|$ = _____.

四、解答题: 本小题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 已知

$$c \cos B + b \cos C = a \sin\left(B + \frac{\pi}{6}\right)$$

- (1) 求角 B 的大小;
 (2) 设 $a=2, c=3$, 求 $\cos(2B-A)$ 的值.

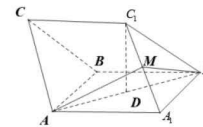


18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=3$, 其前 n 项和为 S_n , 且 $S_{n+1}=3S_n+2n+3, (n \in N^+)$

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;
 (2) 设 $b_n=na_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分) 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, D 是正方形 AA_1B_1B 的中心, $AA_1=\sqrt{2}$, $C_1D \perp$ 平面 AA_1B_1B , 且 $C_1D=1$

- (1) M 是棱 A_1C_1 的中点, 求证: $AC \perp$ 平面 AB_1M ;
 (2) 求面 AB_1M 与面 A_1BC 夹角的大小.



20. (12 分) 甲、乙两位同学决定进行一次投篮比赛, 他们每次投中的概率均为 P , 且每次投篮相互独立. 经商定共设定 5 个投篮点, 每个投篮点投球一次, 确立的比赛规则如下: 甲分别在 5 个投篮点投球, 且每投中一次可获得 1 分; 乙按约定的投篮点顺序依次投球, 如投中可继续进行下一次投篮, 如没有投中, 投篮中止, 且每投中一次可获得 2 分. 按累计得分高低确定胜负.

- (1) 若乙得 6 分的概率 $\frac{1-P}{8}$, 求 P ;
 (2) 由 (1) 问中求得的 P 值, 判断甲、乙两位选手谁获胜的可能性大?

21. (12 分) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, 右焦点 F 到渐近线的距离为 $\sqrt{3}$.

- (1) 求双曲线的标准方程;
 (2) 若点 P 为双曲线右支上一动点, 过点 P 与双曲线相切的直线 l , 直线 l 与双曲线的渐近线分别交于 M, N 两点, 求 $\triangle FMN$ 的面积的最小值.

22. (12 分) 已知函数 $f(x)=2\ln x + \frac{1}{x} - mx, (m \in R)$.

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
 (2) 若 $b > a > 0$, 证明: $\frac{\ln b - \ln a}{b-a} < \frac{a^2 + b^2}{a^2b + ab^2}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线