成都石室中学高2023届高考适应性考试(二)

理科数学

(全卷满分150分,考试时间120分钟)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上.

2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案.答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答.答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新答案;不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保证答题卡的整洁.考试结束后,将试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题列出的四个选项中,只有一项是最符合题目要求的.

1. 集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*\mid y=\ln(5-x)\}$ 的真子集的个数为

A. 3　　B. 7　　C. 15　　D. 16

2. 有下列四个命题,其中是真命题的是

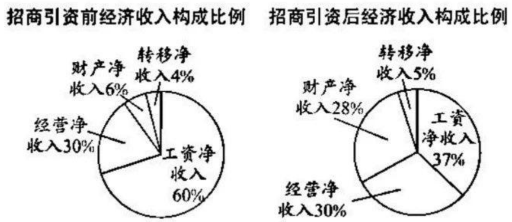
A. “全等三角形的面积相等”的否命题

B. 在$\triangle ABC$中,“$A>\frac{\pi}{6}$”是“$\sin A>\frac{1}{2}$”的充分不必要条件

C. 命题“$\forall x>1,x^3>x^2$”的否定是“$\exists x>1,x^3<x^2$”

D. 已知$z=(1+\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})$,其在复平面上对应的点落在第四象限

3. 某市2022年经过招商引资后,经济收入较前一年增加了一倍,实现翻番,为更好地了解该市的经济收入的变化情况,统计了该市招商引资前、后的年经济收入构成比例,得到如下扇形图.下列结论正确的是



A. 招商引资后,工资净收入较前一年减少

B. 招商引资后,转移净收入是前一年的1.25倍

C. 招商引资后,转移净收入与财产净收入的总和超过了该年经济收入的$\frac{2}{5}$

D. 招商引资后,经营净收入较前一年增加了一倍

4. 幂函数 $f(x)=(m^2-3m-3)x^m$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减，则下列说法正确的是

A. $m=4$　　B. $f(x)$ 是减函数　　C. $f(x)$ 是奇函数　　D. $f(x)$ 是偶函数

5. 函数 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{5\pi}{6}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴可以是

A. 直线 $x=\frac{5\pi}{12}$　　B. 直线 $x=\frac{\pi}{3}$　　C. 直线 $x=\frac{\pi}{6}$　　D. 直线 $x=\frac{2\pi}{3}$

6. 已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则下列命题正确的是

A. 若 $m\perp\alpha,m\perp n$，则 $n\parallel\alpha$　　B. 若 $m\parallel\alpha,m\parallel\beta,\alpha\cap\beta=n$，则 $m\parallel n$

C. 若 $\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=n,m\perp n$，则 $m\perp\beta$　　D. 若 $m\parallel n,n\subset\alpha$，则 $m\parallel\alpha$

7. 2023 年 1 月底，人工智能研究公司 OpenAI 发布的名为"ChatGTP"的人工智能聊天程序进入中国，迅速以其极高的智能化水平引起国内关注. 深度学习是人工智能的一种具有代表性的实现方法，它是以神经网络为出发点的，在神经网络优化中，指数衰减的学习率模型为 $L=L_0D^{\frac{G}{G_0}}$，其中 L 表示每一轮优化时使用的学习率，L_0 表示初始学习率，D 表示衰减系数，G 表示训练迭代轮数，G_0 表示衰减速度. 已知某个指数衰减的学习率模型的初始学习率为 0.8，衰减速度为 12，且当训练迭代轮数为 12 时，学习率衰减为 0.5. 则学习率衰减到 0.2 以下(不含 0.2)所需的训练迭代轮数至少为(参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$)

A. 36　　B. 37　　C. 38　　D. 39

8. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右顶点为 A，左、右焦点分别为 F_1,F_2，以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线 C 的渐近线在第一象限的交点为 M，且 $|MF_1|=3|MA|$，则该双曲线的离心率为

A. $\frac{8}{7}$　　B. $\frac{9}{7}$　　C. $\frac{16}{7}$　　D. $\frac{18}{7}$

9. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，都有 $\frac{S_n}{n}<\frac{S_{n+1}}{n+1}$，若 $S_5=S_{13}$，则

A. S_n 的最小值是 S_9　　B. S_n 的最小值是 S_{10}

C. S_n 的最大值是 S_9　　D. S_n 的最大值是 S_{10}

10. 安排 5 名大学生到三家企业实习，每名大学生只去一家企业，每家企业至少安排 1 名大学生，则大学生甲、乙到同一家企业实习的概率为

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{3}{10}$　　C. $\frac{3}{25}$　　D. $\frac{6}{25}$

11. 已知平面上两定点 A,B，则所有满足 $\frac{|PA|}{|PB|}=\lambda(\lambda>0$ 且 $\lambda\neq1)$ 的点 P 的轨迹是一个圆心在直线 AB 上，半径为 $\left|\frac{\lambda}{1-\lambda^2}\right|\cdot|AB|$ 的圆. 这个轨迹最先由古希腊数学家阿波罗尼斯发现，故称作阿氏圆. 已知棱长为 6 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 表面上的动点 P 满足 $|PA|=2|PB|$，则点 P 的轨迹长度为

A. $\frac{8\pi}{3}+\frac{\sqrt{15}\pi}{2}$　　B. $\frac{4\pi}{3}+\sqrt{3}\pi$　　C. $\frac{8\pi}{3}+\sqrt{3}\pi$　　D. $\frac{4\pi}{3}+\frac{\sqrt{15}\pi}{2}$

12. 若关于 x 的不等式 $(\mathrm{e}-1)(\ln a+x)\geqslant a\mathrm{e}^x-1$ 在 $x\in[0,1]$ 内有解，则实数 a 的取值范围是

A. $\left[\frac{1}{2\mathrm{e}},\mathrm{e}^2\right]$　　B. $\left[\frac{1}{\mathrm{e}},\mathrm{e}\right]$　　C. $\left[\frac{1}{\mathrm{e}},\mathrm{e}^2\right]$　　D. $\left[\frac{1}{2\mathrm{e}},\mathrm{e}\right]$

第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} y\leqslant 1, \\ x+y\leqslant 1, \\ 2y+x\geqslant 1, \end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为__▲__.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_na_{n+2}=a_{n+1}^2$, $n\in\mathbf{N}^*$, 若 $a_7=16$, $a_3a_5=4$, 则 a_2 的值为__▲__.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x^3-3x^2+\mathrm{e}, x\leqslant 1, \\ \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2}, x>1, \end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-m$ 有且只有三个零点,则实数 m 的取值范围是__▲__.

16. 已知 A,B 为抛物线 $y=x^2$ 上两点,以 A,B 为切点的抛物线的两条切线交于点 P,设以 A,B 为切点的抛物线的切线斜率为 k_A,k_B,过点 A,B 的直线斜率为 k_{AB},则以下结论正确的有__▲__.(填序号)

①k_A,k_{AB},k_B 成等差数列;②若点 P 的横坐标为 $\dfrac{1}{3}$,则 $k_{AB}=\dfrac{2}{3}$;③若点 P 在抛物线的准线上,则△ABP 是钝角三角形;④若点 P 在直线 $y=2x-1$ 上,则直线 AB 恒过定点(1,1).

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答;第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)某企业为了了解年广告费 x(单位:万元)对年销售额 y(单位:万元)的影响,统计了近 7 年的年广告费 x_i 和年销售额 $y_i(i=1,2,3,4,5,6,7)$ 的数据,得到下面的表格:

年广告费 x	2	3	4	5	6	7	8
年销售额 y	25	41	50	58	64	78	89

由表中数据,可判定变量 x,y 的线性相关关系较强.

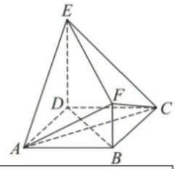
(Ⅰ)建立 y 关于 x 的线性回归方程;

(Ⅱ)已知该企业的年利润 z 与 x,y 的关系为 $z=2\sqrt{y}-x$,根据(Ⅰ)的结果,年广告费 x 约为何值时(小数点后保留一位),年利润的预报值最大?

附:对于一组数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$,其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$, $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$;参考数据:$\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=405$, $\sum\limits_{i=1}^{7}x_iy_i=2305$.

▲

18.（本小题满分 12 分）如图，四边形 $ABCD$ 为菱形，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，$ED\perp$平面 $ABCD$，$FB/\!/ED$，$BD=ED=2FB$.



（Ⅰ）求证：平面 $BDEF\perp$平面 AFC；

（Ⅱ）求二面角 $A-EF-C$ 的余弦值.

▲

19.（本小题满分 12 分）在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $\sqrt{3}b\sin\frac{B+C}{2}=a\sin B$，边 BC 上有一动点 D.

（Ⅰ）当 D 为边 BC 中点时，若 $AD=\sqrt{3}$，$b=2$，求 c 的长度；

（Ⅱ）当 AD 为 $\angle BAC$ 的平分线时，若 $a=4$，求 AD 的最大值.

▲

20.（本小题满分 12 分）已知点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，动点 $M(x,y)$ 满足直线 AM 与 BM 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$. 记动点 M 的轨迹为曲线 C.

（Ⅰ）求曲线 C 的方程，并说明 C 是什么曲线；

（Ⅱ）设 P,Q 为曲线 C 上的两动点，直线 AP 的斜率为 k_{AP}，直线 BQ 的斜率为 k_{BQ}，且 $k_{AP}=7k_{BQ}$.

①求证：直线 PQ 恒过一定点；

②设△PQB 的面积为 S，求 S 的最大值.

▲

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=x\ln x-a(x-1)$.

（Ⅰ）若 $f(x)\geqslant 0$，求实数 a 的值；

（Ⅱ）已知 $n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\geqslant 2$，求证：$\sin\frac{1}{2}+\sin\frac{1}{3}+\cdots+\sin\frac{1}{n}<\ln n$.

▲

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，那么按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（本小题满分 10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\sin t\cos t,\\ y=\cos^k t-\sin^k t\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l 的方程为 $x+y-1=0$.

（Ⅰ）当 $k=1$ 时，求曲线 C_1 的直角坐标方程；

（Ⅱ）当 $k=4$ 时，已知点 $P(1,0)$，直线 l 与曲线 C_1 交于 A,B 两点，线段 AB 的中点为 M，求 $|PM|$ 的长.

▲

23.［选修 4－5：不等式选讲］（本小题满分 10 分）已知函数 $f(x)=|x^2-3x+2|+x$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)\geqslant 2$ 的解集；

（Ⅱ）设函数 $f(x)$ 的最小值为 m，正数 a,b,c 满足 $a+b+c=6m$，求证：$\sqrt{a}+\sqrt{b+1}+\sqrt{c+2}\leqslant 3\sqrt{3}$.

▲