高一数学参考答案

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．

1．D　2．A　3．B　4．C　5．D　6．C　7．D　8．B

二．多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

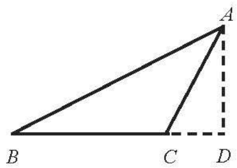
9. ABD　10.ACD　11. AB　12.ACD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．其中第 16 题第一空 2 分，第二空 3 分．

13. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　14. $\frac{3}{5}$　15. $\frac{9}{2}$　16. $3\sqrt{3}$，$\frac{3\sqrt{10}}{2}$

16. 解：过 A 作 $AD\perp BC$，垂足为 D，则 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|\cos B=BDBC=3BD=15$，

所以 $BD=5$，又 $BC=3$，所以 $CD=2$．



设 $AD=y(y>0)$，则 $\tan\angle BAC=\dfrac{\frac{5}{y}-\frac{2}{y}}{1+\frac{10}{y^2}}$

$=\dfrac{3}{y+\frac{10}{y}}\le\dfrac{3}{2\sqrt{10}}$，

且仅当 $y=\frac{10}{y}$，即 $y=\sqrt{10}$时取“＝”，由正切函数的单调性知此时 $\angle BAC$ 也最大．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.

（1）$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=\vec{a}^2+4\vec{b}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}=4+32+4\times2\times2\sqrt{2}\times\cos135^0=20$------------------------4 分

所以$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{20}$--5 分

（2）$|\vec{c}|^2=|\vec{a}+x\vec{b}|^2=\vec{a}^2+x^2\vec{b}^2+2x\vec{a}\cdot\vec{b}=8x^2-8x+4$ 故当 $x=\frac{1}{2}$时，$|\vec{c}|$最小。此时 $\vec{c}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

--7 分

$\vec{c}\cdot\vec{b}=(\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{b}^2=-4+4=0$；--9 分

若学生求出余弦值为 0 同样得 9 分

$|\vec{c}|\cdot|\vec{b}|=10\times2\sqrt{2}=20\sqrt{2}$

$\cos<\vec{c},\vec{b}>=\dfrac{\vec{c}\cdot\vec{b}}{|\vec{c}||\vec{b}|}=\dfrac{0}{20\sqrt{2}}=0$---9 分

因为$\overrightarrow{c}$与$\overrightarrow{b}$的夹角范围为$[0,\pi]$，故$\overrightarrow{c}$与$\overrightarrow{b}$的夹角为90^0----------------------------------10 分

18.

(1)在△ABD 中，由正弦定理得$\frac{BD}{\sin\angle A}=\frac{AB}{\sin\angle ADB}$. ---------------------------------------2 分

由题设知，$\frac{4}{\sin45°}=\frac{2}{\sin\angle ADB}$，所以 $\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{4}$. ------------------------------------4 分

由题设知，$\angle ADB<90°$，

所以 $\cos\angle ADB=\sqrt{1-\frac{2}{16}}=\frac{\sqrt{14}}{4}$. ---6 分

(2)由题设及(1)知，$\cos\angle BDC=\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{4}$. --8 分

在△BCD 中，由余弦定理得

$BC^2=BD^2+DC^2-2\cdot BD\cdot DC\cdot\cos\angle BDC$--10 分

$=16+2-2\times4\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{4}$

$=14$.

所以 $BC=\sqrt{14}$. ---12 分

19.

（1）a=0.020.--2 分

众数为(50+55)/2=52.5； ---4 分

前三组的频率为 0.02+0.10+0.22=0.34，第四组频率为 0.34

设中位数为 x，则 0.34+（x-50）*0.34=0.50

故 x=$52\frac{6}{17}$≈52.35--6 分

（2）箱产量在[40，45)和[60，65)的比值为 2：1，故 6 个网箱中有 4 个在[40，45)中，有 2 个在[60，65)中。 ---8 分

从 6 个中抽出 2 个共 15 种方法，都在[60，65)中的有 1 种------------------------------10 分

故这 2 个网箱中至少有 1 个箱产量在[40，45)的概率为$\frac{14}{15}$-------------------------------12 分

20.

（1）依题意，得：$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，即 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)+2\sin\theta=0$， -------------------------------2 分

展开可得，$\sin\theta\cos\frac{\pi}{3}+\cos\theta\sin\frac{\pi}{3}+2\sin\theta=0$，化简可得，$\frac{5}{2}\sin\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta=0$，-----4 分

解得:$\tan\theta=-\frac{\sqrt{3}}{5}$.--6 分

（2）$\because \vec{a}//\vec{b}, \therefore 2\sin\theta\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$,--8 分

展开得，$2\sin\theta\left(\sin\theta\cos\frac{\pi}{3}+\cos\theta\sin\frac{\pi}{3}\right)=1$

即 $2\sin^2\theta+2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta=2$，---10 分

$1-\cos2\theta+\sqrt{3}\sin2\theta=2$

即 $\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$---12 分

21.

取 AB 中点 O，连结 OE，A_1B，A_1O，

（1）$\because AB=AA_1$，$\angle BAA_1=60°$，$\therefore \triangle BAA_1$是正三角形，

$\therefore A_1O\perp AB$，---1 分

$\because CA=CB$，$\therefore CE\perp AB$，

$\because CO\cap A_1O=E$，$\therefore AB\perp$面 COA_1 ---3 分

又$\because A_1C\subset$平面 COA_1，$\therefore AB\perp A_1C$；---4 分

（2）由题设知$\triangle ABC$与$\triangle AA_1B$都是边长为2的等边三角形，所以$OC=OA_1=\sqrt{3}$.

又 $A_1C=\sqrt{6}$，则 $A_1C^2=OC^2+OA_1^2$，故 $OA_1\perp OC$．---6 分

因为 $OC\cap AB=O$，所以 $OA_1\perp$平面 ABC，即 OA_1 为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高----------7 分

又$\triangle ABC$ 的面积 $S=\sqrt{3}$，故三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积 $V=S\times OA_1=3$．----------------8 分

（3）过 O 作 $OH\perp AA_1$ 于 H 点，连结 CH，因为 $OA_1\perp OC$．$AB\perp OC$，$OA_1\cap AB=O$，所以 $OC\perp$面 OAA_1，所以 $OC\perp AA_1$，又 $OH\perp AA_1$，$OH\cap OC=O$，所以 $AA_1\perp$面 OCH，

故 $AA_1\perp CH$，$AA_1\perp OH$

则$\angle CHO$ 即为二面角 $C-AA_1-B$ 的平面角。--10 分

在$\triangle COH$ 中：$OC=OA_1=\sqrt{3}$，$OH=\frac{\sqrt{3}}{2}OA=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $CH=\frac{\sqrt{15}}{2}$，$\cos\angle CHO=\frac{OH}{CH}=\frac{\sqrt{5}}{5}$-----12 分

22.

（1）由题意得：$\sin A(a^2+b^2-c^2)=8ab\sin C-2ab\cos A\sin C$，

$\sin A\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=4\sin C-\cos A\sin C$

$\sin A\cos C+\cos A\sin C=4\sin C$

$\text{Sin}(A+C)=4\sin C$

$\sin B=4\sin C$

b=4c--3 分

又 $b=c+3$

所以 $c=1$，$\therefore b=4$.--4 分

（2）设 $\angle BAC=\theta$，$\because AD$ 为 BC 边上的中线，$\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，

则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}\cdot\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\theta=2\cos\theta+\frac{1}{2}$，

$\left|\overrightarrow{AD}\right|=\sqrt{\overrightarrow{AD}^2}=\sqrt{\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right)}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AC}\right|^2+2\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\theta}=\frac{\sqrt{7+8\cos\theta}}{2}$，

$\cos\angle BAD=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AD}\right|}=\frac{4\cos\theta+1}{\sqrt{17+8\cos\theta}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$，①--------------------------------------6 分

整理得 $28\cos^2\theta+8\cos\theta-11=0$，即 $(2\cos\theta-1)(14\cos\theta+11)=0$，

得 $\cos\theta=\frac{1}{2}$ 或 $\cos\theta=-\frac{11}{14}$，

由①，得 $4\cos\theta+1>0$，$\therefore\cos\theta>-\frac{1}{4}$，$\therefore\cos\theta=\frac{1}{2}$，--------------------------------7 分

$\therefore\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\sin\theta=\sqrt{3}$.--8 分

（3）由（2）知，$\cos\theta=\frac{1}{2}$，D 为 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}=6\overrightarrow{AG}$

设 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AF}=\mu\overrightarrow{AC}$，$\lambda$、$\mu\in(0,1)$.

所以 $\frac{\overrightarrow{AE}}{\lambda}+\frac{\overrightarrow{AF}}{\mu}=6\overrightarrow{AG}$，得 $\overrightarrow{AG}=\frac{\overrightarrow{AE}}{6\lambda}+\frac{\overrightarrow{AF}}{6\mu}$

又 E、G、F 三点共线，所以 $\frac{1}{6\lambda}+\frac{1}{6\mu}=1$，即 $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=6$，--9 分

由 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，得 $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

又 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AE}=\mu\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AB}$，所以 $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{EF}=(\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC})\cdot(\mu\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AB})=\frac{5}{6}$

化简得 $18\mu-3\lambda=5$，--10 分

解得 $\lambda=\frac{1}{3}$，$\mu=\frac{1}{3}$---11 分

所以：$AE=\frac{1}{3}AB$，$AF=\frac{1}{3}AC$

所以 $\dfrac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{\frac{1}{2}\times AE\times AF\times \sin\angle BAC}{\frac{1}{2}\times AB\times AC\times \sin\angle BAC}=\dfrac{AE}{AB}\times\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$ --12 分