晋中市2023年5月普通高等学校招生模拟考试

数学试题A卷答案

1. C　$N=\{x|-2<x<3\}$，易得 $M\cap N=\{x|-2<x<2\}$.

2. B　$z_1=e^{i\frac{\pi}{3}}=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，$z_2=e^{i\frac{\pi}{6}}=\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$，则 $z_1z_2=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)=i$.

3. D　$\because\cos\theta=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=-\frac{1}{2}$，$\therefore\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore|\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{n}|=|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|\sin\theta=\sqrt{3}$.

4. A　齐王的上中下等马依次记为 A,B,C，田忌的上中下等马依次记为 a,b,c，共有 $3\times3=9$ 种比赛方案，其中田忌获胜的情况有 $(a,B),(a,C),(b,C)$ 3种，故为 $\frac{1}{3}$.

5. C　由三角函数概念可得.

6. D　$\because\tan\alpha=2$，$\therefore\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，且 $\alpha>\frac{\pi}{4}$. $\because\sin(\alpha+\beta)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore\alpha+\beta=\frac{3\pi}{4}$，

故 $\cos\beta=\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\frac{3\pi}{4}\cos\alpha+\sin\frac{3\pi}{4}\sin\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

7. C　取 AB 中点 O，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OB})=\overrightarrow{PO}^2-\overrightarrow{OA}^2=\overrightarrow{PO}^2-1$，又 $\overrightarrow{PO}^2_{\max}=9$，故 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}_{\max}=8$.

8. A　只需比较 $\frac{1}{2}\ln 2,\frac{1}{e}\ln e,\frac{1}{3}\ln 3$ 的大小. 令 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，易得 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 单调递增，$(e,+\infty)$ 单调递减，又 $\frac{1}{2}\ln 2=\frac{1}{4}\ln 4$，故 $\frac{1}{2}\ln 2<\frac{1}{3}\ln 3<\frac{1}{e}\ln e$，即 $a<c<b$.

9. BC　利用相互独立事件的定义验证即可.

10. ACD　当另外两所学校都小于或等于74%时，中位数为 $\frac{75\%+77\%}{2}=76\%$；当另外两所学校都大于或等于85%时，中位数为 $\frac{80\%+82\%}{2}=81\%$，故中位数的取值区间 $[76\%,81\%]$.

11. AB　令 $t=f(x)$，则 $t^2-\frac{2}{e}t+a=0$，易得 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$，$(1,+\infty)$ 上单调递增，在 $\left(\frac{1}{e},1\right)$ 上单调递减，且 $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{e}$，$f(1)=0$，令 $h(t)=t^2-\frac{2}{e}t+a$，$\Delta=\frac{4}{e^2}-4a$.

当 $a>\frac{1}{e^2}$，$\Delta<0$，$h(t)>0$ 恒成立，故 $f(x)$ 无实根；

当 $a=\frac{1}{e^2}$，$\Delta=0$，此时 $t=\frac{1}{e}$，故 $f(x)$ 有两个不等实根；

当 $a<\frac{1}{e^2}$，$\Delta>0$，$h(t)=0$ 有两个不等实根 t_1,t_2，不妨取 $t_1<t_2$，则 $t_1+t_2=\frac{2}{e}$，$t_1t_2=a$，则必有 $t_1<\frac{1}{e}$，$t_2>\frac{1}{e}$，$f(x)=t_1$ 可能有0，1或3个根，$f(x)=t_2$ 有1个根，故有1，2或4个根.

12. ACD　对于A：圆心 (a,e^a)，半径为1，过 $(0,0)$，即 $a^2+(e^a)^2=1$，即 $y=e^x$ 与 $x^2+y^2=1$ 交点个数，显然有2个；对于B：即 $2\sqrt{1-a^2}=2\sqrt{1-(e^a)^2}$，即 $a^2=(e^a)^2$，即 $e^a=\pm a$，即 $y=e^x$ 与 $y=\pm x$ 的交点个数，共1个；对于C：$y=ex$ 过圆心，$\therefore e^a=ea$，令 $f(a)=e^a-ea$，求导可得 $f(a)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，又 $f(1)=0$，故有一解；对于D：即 $|a|=1$ 或 $|e^a|=1$ 的解的个数，则 $a=\pm1$ 或 $a=0$，共3解.

13. 解析：$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y}\right)(x+1+2y)=\frac{1}{2}\left(3+\frac{2y}{x+1}+\frac{x+1}{y}\right)\geqslant\frac{1}{2}(3+2\sqrt{2})$，当且仅当 $\frac{2y}{x+1}=\frac{x+1}{y}$，即 $x=2\sqrt{2}-3$，$y=2-\sqrt{2}$ 时取得最小值.

答案：$\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

14. 解析：将这些数字分组，记 $A=\{0,3,6,9\}$，$B=\{1,4,7\}$，$C=\{2,5,8\}$，从而和为3的倍数的情况共有 $C_4^3+C_3^3+C_3^3+C_3^1C_3^1C_4^1=42$ 种. 来源：高三答案公众号

答案：42

15. 解析：设 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ABD$ 的外心分别为 O_1,O_2，过 O_1 作平面 BCD 的垂线 l_1，过 O_2 作平面 ABD 的垂线 l_2（图略），则四面体 $A\text{-}BCD$ 的外接球的球心 O 为直线 l_1 和 l_2 的交点. 设 BD 中点为 M，则四边形 MO_1OO_2 为矩形，且

$O_1M=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$O_2M=\frac{\sqrt{3}}{6}$，∴四面体 $A\text{-}BCD$ 的外接球的半径 $R=OD=\sqrt{OM^2+DM^2}=\sqrt{O_1M^2+O_2M^2+DM^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{13}{12}}$，故四面体外接球的表面积为 $S=4\pi R^2=\frac{13}{3}\pi$.

答案：$\frac{13}{3}\pi$

16. **解析**：$\triangle A_1A_2P$ 的外接圆半径为 $r=\dfrac{2a}{2\sin\frac{\pi}{6}}=2a$，当该圆与直线 $x=\frac{c^2}{a}$ 相切或相交时满足题意，故 $\frac{c^2}{a}\leqslant 2a$，即 $1<e\leqslant\sqrt{2}$.

答案：$(1,\sqrt{2}]$ 来源.

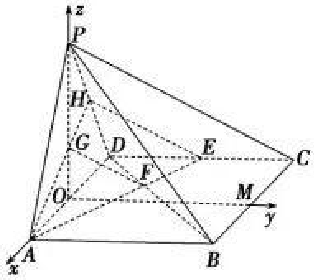
17. (1)**证明**：连接 AG 并延长交 PD 于 H，∵G 为 $\triangle PAD$ 的重心，∴$\frac{AG}{GH}=\frac{2}{1}$. 又 $\triangle AFB\backsim\triangle EFD$，∴$\frac{AF}{FE}=\frac{AB}{DE}=\frac{2}{1}$，

∴$\frac{AG}{GH}=\frac{AF}{FE}$，∴$GF/\!/HE$. ………………………… 2 分

又 $GF\not\subset$ 平面 PCD，$HE\subset$ 平面 PCD，∴$GF/\!/$平面 PCD. ………………………… 4 分

(2)**解**：连接 PG 并延长交 AD 于 O，显然 O 为 AD 的中点. 因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，又 $PO\perp AD$，∴$PO\perp$ 平面 $ABCD$. ………………………… 5 分

取 BC 中点 M，以 O 为坐标原点，OA，OM，OP 分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图所示空间直角坐标系，则 $PO=2$，于是，



$A(2,0,0)$，$D(-2,0,0)$，$P(0,0,2)$，$G\left(0,0,\frac{2}{3}\right)$，$B(2,2\sqrt{2},0)$，

于是 $\overrightarrow{AG}=\left(-2,0,\frac{2}{3}\right)$， ………………………… 6 分

$\overrightarrow{PB}=(2,2\sqrt{2},-2)$，$\overrightarrow{PD}=(-2,0,-2)$.

设平面 PBD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PD}=0,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}2x+2\sqrt{2}y-2z=0,\\ -2x-2z=0,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}y=\sqrt{2}z,\\ x=-z,\end{cases}$ 不妨取 $z=1$.

则 $\boldsymbol{n}=(-1,\sqrt{2},1)$， ………………………… 8 分

∴$\cos\langle\overrightarrow{AG},\boldsymbol{n}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AG}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{AG}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$， ………………………… 9 分

∴AG 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$. ………………………… 10 分

18. (1)**证明**：$2S_n=na_n$，$2S_{n+1}=(n+1)a_{n+1}$，作差得：$(n-1)a_{n+1}=na_n$.

$n\geqslant 2$ 时，$(n-2)a_n=(n-1)a_{n-1}$，作差得：$(n-1)a_{n+1}+(n-1)a_{n-1}=(2n-2)a_n$.

又 $n-1\neq 0$，∴$a_{n+1}+a_{n-1}=2a_n$，故数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

$n=1$ 时，$2a_1=a_1$，∴$a_1=0$，又 $a_2=1$，故 $d=1$，∴$a_n=n-1$. ………………………… 6 分

(2)**解**：若选①，则 $b_n=(n-1)\cdot 2^n$，故 $T_n=0+1\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^n$，

$2T_n=0+1\times 2^3+2\times 2^4+\cdots+(n-1)\times 2^{n+1}$.

作差：$-T_n=2^2+2^3+2^4\cdots+2^n-(n-1)\times 2^{n+1}$ ………………………… 9 分

$=\dfrac{2^2(1-2^{n-1})}{1-2}-(n-1)\times 2^{n+1}=(2-n)\times 2^{n+1}-4$，

∴$T_n=(n-2)\times 2^{n+1}+4$. ………………………… 12 分

若选②，则 $b_n=(-1)^n(n-1)+2^n$.

若 n 为偶数：$T_n=-0+1-2+3-\cdots-(n-2)+(n-1)+\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}$

$=1\times\frac{n}{2}+2^{n+1}-2=2^{n+1}-2+\frac{n}{2}$； ………………………… 9 分

若 n 为奇数：$T_n=-0+1-2+3-\cdots-(n-3)+(n-2)-(n-1)+\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}$

$=1\times\frac{n-1}{2}-(n-1)+2^{n+1}-2=2^{n+1}-\frac{3}{2}-\frac{n}{2}$，

故 $T_n=\begin{cases}2^{n+1}-2+\frac{n}{2}, & \text{当 } n \text{ 为偶数},\\ 2^{n+1}-\frac{3}{2}-\frac{n}{2}, & \text{当 } n \text{ 为奇数}.\end{cases}$ ………………………… 12 分

若选③，则 $b_n=\frac{2}{(n+2)n}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$，……………………………………………… 8 分

故 $T_n=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n}+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$ 来源：高三答案公众号

$=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$. ……………………………………… 12 分

19. 解：(1) $\because C=\pi-(A+B)$，$\therefore \sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$. 又 $\sin C=2\cos A\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)=$

$2\cos A\left(\frac{1}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B\right)=\cos A\sin B+\sqrt{3}\cos A\cos B$，$\therefore \sin A\cos B=\sqrt{3}\cos A\cos B$，$\therefore \cos B(\sin A-\sqrt{3}\cos A)=0$，

$\therefore \cos B=0$ 或 $\sin A-\sqrt{3}\cos A=0$. ……………………………………………… 4 分

若 $\cos B=0$，则 $B=\frac{\pi}{2}$，与 $\triangle ABC$ 为锐角三角形矛盾，舍去，……………………………… 5 分

从而 $\sin A-\sqrt{3}\cos A=0$，即 $A=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………………… 6 分

(2) 由 (1) 知 $\cos A=\frac{1}{2}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(b+c)^2-2bc-a^2}{2bc}=\frac{36-2bc-a^2}{2bc}$，

化简得 $a^2=36-3bc$，……………………………………………… 7 分

又 $b+c\geqslant 2\sqrt{bc}$，$\therefore bc\leqslant 9$，当且仅当 $b=c=3$ 时取等号. ……………………………… 8 分

$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}a\cdot AD=\frac{1}{2}bc\sin A$，$\therefore AD=\frac{\sqrt{3}bc}{2a}$，……………………………… 10 分

$\therefore AD^2=\frac{3(bc)^2}{4a^2}=\frac{3(bc)^2}{4(36-3bc)}=\frac{3}{4\left(\frac{36}{(bc)^2}-\frac{3}{bc}\right)}\leqslant\frac{3}{4\left(\frac{36}{9^2}-\frac{3}{9}\right)}=\frac{27}{4}$，$\therefore AD\leqslant\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故 AD 长的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………………… 12 分

20. 解：(1) 由题可知 $X\sim B\left(5,\frac{2}{3}\right)$.（或者列出分布列）……………………………… 2 分

于是 $E(X)=5\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$，$D(X)=5\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{10}{9}$. ……………………………… 4 分

(2) 法一：由题可知 $P_1=\frac{1}{3}$，$P_2=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{9}$. ……………………………… 6 分

$n\geqslant 3$ 时 $P_n=\frac{1}{3}P_{n-1}+\frac{2}{3}P_{n-2}$，……………………………………………… 8 分

也即 $P_n+\frac{2}{3}P_{n-1}=P_{n-1}+\frac{2}{3}P_{n-2}$，

$\therefore \left\{P_n+\frac{2}{3}P_{n-1}\right\}$ 为常数数列，且 $P_n+\frac{2}{3}P_{n-1}=P_2+\frac{2}{3}P_1=\frac{7}{9}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=1(n\geqslant 2)$，……………… 10 分

$\therefore P_n-\frac{3}{5}=-\frac{2}{3}\left(P_{n-1}-\frac{3}{5}\right)$，$\therefore \left\{P_n-\frac{3}{5}\right\}$ 是以 $P_1-\frac{3}{5}=-\frac{4}{15}$ 为首项、$-\frac{2}{3}$ 为公比的等比数列，

$\therefore P_n-\frac{3}{5}=-\frac{4}{15}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，$\therefore P_n=\frac{3}{5}-\frac{4}{15}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ ……………………………… 12 分

法二：由题可知 $P_1=\frac{1}{3}$，$P_2=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{9}$. ……………………………… 6 分

$n\geqslant 3$ 时 $P_n=\frac{1}{3}P_{n-1}+\frac{2}{3}P_{n-2}$，……………………………………………… 8 分

也即 $P_n-P_{n-1}=-\frac{2}{3}(P_{n-1}-P_{n-2})$，

$\therefore \{P_n-P_{n-1}\}$ 是以 $P_2-P_1=\frac{4}{9}$ 为首项、$-\frac{2}{3}$ 为公比的等比数列，$\therefore P_n-P_{n-1}=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-2}(n\geqslant 2)$，……… 10 分

$P_{n-1}-P_{n-2}=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-3}$，

……

$P_2-P_1=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^0$，

相加得：$P_n-P_1=\frac{4}{9}\times\frac{1-\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{4}{15}-\frac{4}{15}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，

$\therefore P_n=\frac{3}{5}-\frac{4}{15}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. ………………………………………… 12 分

21. 解：(1)将 $x=c$ 代入 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 得 $y=\pm\frac{b^2}{a}$，故 $\frac{2b^2}{a}=3$，又 $a^2-b^2=1$，解得

$a^2=4$，$b^2=3$，∴椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………………………… 4 分

(2)由题可知直线 CD 斜率不为 0，设直线 CD 的方程为 $x=my-1$，

联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ x=my-1,\end{cases}$ 消去 x 得 $(3m^2+4)y^2-6my-9=0$.

设 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，于是 $y_1+y_2=\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-9}{3m^2+4}$. ………………………… 6 分

由(1)知 $k_1=\frac{y_1}{x_1+2}$，$k_2=\frac{y_2}{x_2-2}$，

计算 $\frac{k_2}{k_1}=\frac{\frac{y_2}{x_2-2}}{\frac{y_1}{x_1+2}}=\frac{y_2(x_1+2)}{y_1(x_2-2)}=\frac{y_2(my_1+1)}{y_1(my_2-3)}=\frac{my_1y_2+y_2}{my_1y_2-3y_1}=\frac{-\frac{3}{2}(y_1+y_2)+y_2}{-\frac{3}{2}(y_1+y_2)-3y_1}=\frac{-\frac{3}{2}y_1-\frac{1}{2}y_2}{-\frac{9}{2}y_1-\frac{3}{2}y_2}=\frac{1}{3}$，

即 $k_1=3k_2$， ………………………………………………………………………… 10 分

显然 $k_1>0$，$k_2>0$，∴ $k_1+\frac{1}{k_2}=3k_2+\frac{1}{k_2}\geqslant 2\sqrt{3}$，当且仅当 $3k_2=\frac{1}{k_2}$，即 $k_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时取最小值 $2\sqrt{3}$. ………… 12 分

22. 解：(1)由题意得 $f'(x)=\frac{2}{x}-a+\frac{3}{ax^2}=\frac{-a^2x^2+2ax+3}{ax^2}=\frac{-(ax-3)(ax+1)}{ax^2}(x>0)$，

令 $f'(x)=0$，得两根为 $\frac{3}{a}$ 和 $-\frac{1}{a}$ ………………………………………………… 2 分

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0$，得 $0<x<\frac{3}{a}$，令 $f'(x)<0$，得 $x>\frac{3}{a}$，于是 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{3}{a}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\frac{3}{a},+\infty\right)$ 上单调递减； ……………………………………………………………………………… 3 分

当 $a<0$ 时，令 $f'(x)>0$，得 $x>-\frac{1}{a}$，令 $f'(x)<0$，得 $0<x<-\frac{1}{a}$，于是 $f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 上单调递减，在 $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$ 上单调递增. ……………………………………………………………… 4 分

(2)由题意得 $g(x)=2\ln x-ax+x^2(x>0)$，则 $g'(x)=\frac{2}{x}-a+2x=\frac{2x^2-ax+2}{x}$. 令 $h(x)=2x^2-ax+2$，则 $h(x)$ 有两个不等正根 x_1,x_2，于是 $\Delta=a^2-16>0$，即 $a>4$，且 $x_1+x_2=\frac{a}{2}$，$x_1x_2=1$，

于是 $0<x_1<1<x_2$，且 $x_2=\frac{1}{x_1}$. ………………………………………………… 6 分

$g(x_2)-2g(x_1)=2\ln x_2-ax_2+x_2^2-4\ln x_1+2ax_1-2x_1^2$

$=2\ln\frac{1}{x_1}-a\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_1^2}-4\ln x_1+2ax_1-2x_1^2=-2\ln x_1-\frac{2x_1+2x_2}{x_1}+\frac{1}{x_1^2}-4\ln x_1+2(2x_1+2x_2)x_1-2x_1^2$

$=-6\ln x_1-\frac{2x_1+2x_2}{x_1}+\frac{1}{x_1^2}+2(2x_1+2x_2)x_1-2x_1^2=-6\ln x_1-\frac{1}{x_1^2}+2x_1^2+2$. …………………… 9 分

令 $\varphi(x)=-6\ln x-\frac{1}{x^2}+2x^2+2(0<x<1)$，则

$\varphi'(x)=-\frac{6}{x}+\frac{2}{x^3}+4x=\frac{4x^4-6x^2+2}{x^3}=\frac{2(2x^2-1)(x^2-1)}{x^3}$.

令 $\varphi'(x)>0$，则 $x<\frac{\sqrt{2}}{2}$，于是 $\varphi(x)$ 在 $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 单调递增，在 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$ 单调递减，故

$\varphi(x)_{\max}=\varphi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-6\ln\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}+2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+2=3\ln 2+1$. ……………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。