

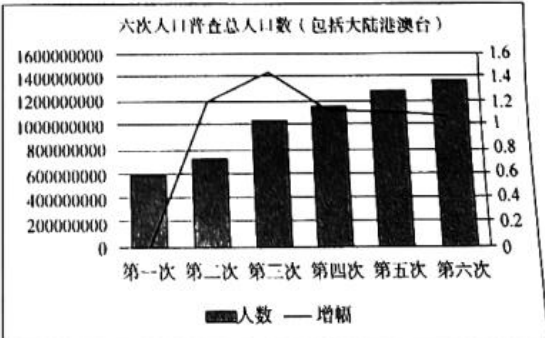
百师联盟 2021 届高三 开年摸底联考 全国卷 I
理科数学试卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

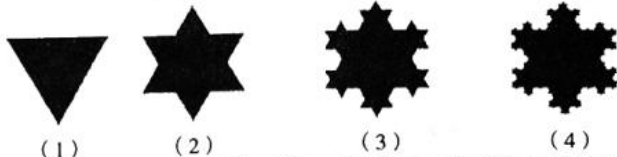
1. 已知集合 $M = \{x|y = \sqrt{2x-x^2}\}$, $N = \{x|y = \log_2(x-1)^2\}$, 则集合 $M \cap N =$
 - A. $\{x|0 \leq x \leq 2\}$
 - B. $\{x|0 \leq x < 1 \text{ 或 } 1 < x \leq 2\}$
 - C. $\{x|1 < x \leq 2\}$
 - D. $\{x|0 < x < 2\}$
2. “ $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ”是“ $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ ”的
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分又不必要条件
3. 对任意实数 a, b, c , 在以下命题中, 正确的个数有
 - ①若 $ac^2 < bc^2$, 则 $a < b$; ②若 $a > b$, 则 $\frac{a}{b} > 1$;
 - ③若 $\frac{1}{a^2} > \frac{1}{b^2}$, 则 $a < |b|$; ④若 $a > 1 > b > 0$, 则 $\log_a(a-b) > 0$
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 0
4. 将 3 名男生 1 名女生共 4 名同学分配到甲、乙、丙三个社区参加社会实践, 每个社区至少一名同学, 则恰好一名女生和一名男生分到甲社区的概率是
 - A. $\frac{1}{12}$
 - B. $\frac{1}{3}$
 - C. $\frac{1}{2}$
 - D. $\frac{1}{6}$
5. 人口普查是世界各国所广泛采用的搜集人口资料的一种科学方法, 是提供全国基本人口数据的主要来源。根据人口普查的基本情况, 可以科学的研究制定社会、经济、科教等各项发展政策, 是国家科学决策的重要基础工作, 人口普查资料是制定人口政策的依据和前提。截止 2020 年 10 月 10 日, 我国共进行了六次人口普查, 右图是这六次人口普查
 

开年摸底联考 全国卷 I 理科数学试卷 第 1 页(共 4 页)

的人数和增幅情况,下列说法正确的是

- A. 人口数逐次增加,第二次增幅最大
B. 第六次普查人数最多,第四次增幅最小
C. 第六次普查人数最多,第三次增幅最大
D. 人口数逐次增加,从第二次开始增幅减小

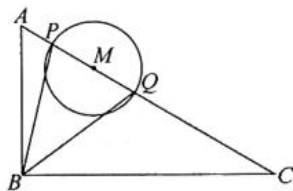
6. 雪花曲线因其形状类似雪花而得名,它的产生也与雪花类似,由等边三角形开始,把三角形的每一条边三等分,并以每一条边三等分后的中段为边,



向外作新的等边三角形,但要去掉与原三角形叠合的边,接着对每一个等边三角形“尖出”的部分继续上述过程,即以每条边三等分后的中段为边向外作新的等边三角形(如图:(2),(3),(4)是等边三角形(1)经过第一次,第二次,第三次,变化所得雪花曲线)若按照上述规律,一个边长为3的等边三角形,经过四次变化得到的雪花曲线的周长是

- A. $\frac{143}{3}$
B. $\frac{204}{9}$
C. $\frac{256}{9}$
D. $\frac{64}{3}$

7. 如图,直角三角形 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, M 点是线段 AC 一动点,若以 M 为圆心半径为 $\sqrt{5}$ 的圆与线段 AC 交于 P, Q 两点,则 $\vec{BP} \cdot \vec{BQ}$ 的最小值为



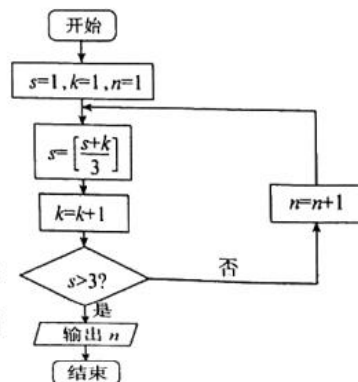
- A. $\frac{12}{15}$
B. $\frac{19}{25}$
C. $\frac{9}{13}$
D. $\frac{19}{15}$

8. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$,过原点的直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点,则当 $\triangle ABC$ 的面积最大时,直线 l 的方程为

- A. $y = 0$ 或 $y = \frac{4}{3}x$
B. $y = 2x$ 或 $y = -\frac{1}{2}x$
C. $x = 0$ 或 $y = \frac{1}{3}x$
D. $y = \frac{3}{4}x$

9. 执行如图所示的程序框图,记 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数,则输出的结果是

- A. 6
B. 5, 6
C. 9
D. 7, 8, 9



10. 设 M, N 是函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 图象与直线 $y = 2$ 的交点,若 M, N 两点距离的最小值为6, $P(-\frac{1}{2}, 2)$ 是该函数图象上的一个点,则该函数图象的一个对称中心是

- A. (3, 0)
B. (5, 0)
C. (6, 0)
D. (7, 0)

评率为 $\frac{3}{5}$, 对服务的好评率为 $\frac{7}{10}$, 其中对商品和服务均为好评的有 80 次.

- (1) 是否可以在犯错误概率不超过 0.1 的前提下, 认为商品好评与服务好评有关?
 (2) 若将频率视为概率, 某人在该购物平台上进行的 4 次购物中, 设对商品和服务全好评的次数为随机变量 X : 求对商品和服务全好评的次数 X 的分布列及其期望.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad (\text{其中 } n = a + b + c + d)$$

20. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上、下顶点分别为 A, B . P 为直线 $y = 2$ 上的动点, 当点 P 位于点 $(1, 2)$ 时, $\triangle ABP$ 的面积 $S_{\triangle ABP} = 1$, 椭圆 C 上任意一点到椭圆的左焦点 F_1 的最短距离为 $\sqrt{2} - 1$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 连接 PA, PB , 直线 PA, PB 分别交椭圆于 M, N (异于点 A, B) 两点, 证明: 直线 MN 过定点.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x + \sin x + x, x \in [0, \pi]$.

- (1) 证明: 当 $a = -1$ 时, 函数 $f(x)$ 有唯一的极大值点;
 (2) 当 $-2 < a < 0$ 时, 证明: $f(x) < \pi$.

(二) 选考题: 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 多涂、错涂、漏涂均不给分, 如果多答, 则按所答第一题评分.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程 (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 3 \end{cases}$ (t 为参数).

- (1) 求直线 l 普通方程;
 (2) 设 $A(2, 3)$, 若直线 l 与曲线 C 相交于 P, Q 两点, 求 $|AP| + |AQ|$ 的值.

23. 选修 4-5: 不等式选讲 (10 分)

已知函数 $f(x) = |3x - a| + x. (a > 0)$

- (1) 当 $a = 4$ 时, 求不等式 $f(x) < 3$ 的解集;
 (2) 设函数 $g(x) = \left| x + \frac{6}{a} \right| - x$. 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, 证明: $f(x) + g(x) \geq 2\sqrt{2}$.

开年摸底联考 全国卷 I 理科数学试卷 第 4 页 (共 4 页)

关于我们

自主选拔在线 (原自主招生在线) 创办于 2014 年, 历史可追溯至 2008 年, 隶属北京

天星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。

 微信搜一搜 自主选拔在线