2023 年哈三中高三学年

第二次高考模拟考试数学试卷

考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、座位号填写在答题卡上．

2．作答时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、 选择题（共 60 分）

（一）单项选择题（共 8 小题，每小题 5 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．若集合 $A=\left\{x \mid y=\sqrt{1-x}\right\}, B=\left\{x \mid x^2-2x \geq 0\right\}$，则 $A \cap B=$

A．$(-\infty,0]$　　B．$(0,1]$　　C．$(-\infty,0)$　　D．$[0,1]$

2．若复数 $z=\dfrac{2+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则 $|z|=$

A．1　　B．$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　　D．$\sqrt{10}$

3．已知 $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为

A．$-\dfrac{2}{3}\boldsymbol{a}$　　B．$\dfrac{2}{3}\boldsymbol{a}$　　C．$-\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$　　D．$\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$

4．已知命题 $p:\tan\alpha=3$，命题 $q:\cos 2\alpha=-\dfrac{4}{5}$，则命题 p 是命题 q 的

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

5．在 $\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{x}\right)^8$ 的展开式中，常数项为

A．-1120　　B．112　　C．-112　　D．1120

6. 圭表，是度量日影长度的一种天文仪器，由“圭”和“表”两个部件组成。圭表和日晷一样，也是利用日影进行测量的古代天文仪器。所谓高表测影法，通俗的说，就是垂直于地面立一根杆，通过观察记录它正午时影子的长短变化来确定季节的变化。垂直于地面的直杆叫“表”，水平放置于地面上刻有刻度以测量影长的标尺叫“圭”，如图 1，利用正午时太阳照在表上，表在圭上的影长来确定节令.已知某地夏至和冬至正午时，太阳光线与地面所成角分别约为α，β，如图 2，若影长之差$CD=a$尺，则表高AB为（　）尺.

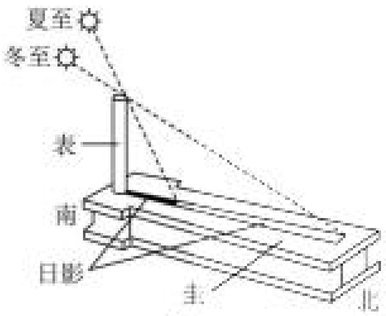


图1

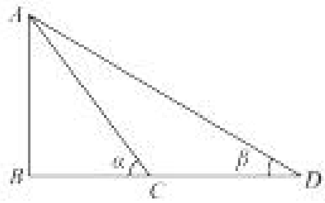


图2

A. $\dfrac{a(\tan\alpha-\tan\beta)}{\tan\alpha\tan\beta}$　　B. $\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{a\tan\alpha\tan\beta}$

C. $\dfrac{a\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha-\tan\beta}$　　D. $\dfrac{\tan\alpha\tan\beta}{a(\tan\alpha-\tan\beta)}$

7. 设$f(x)$是定义在R上的可导函数，$f(x)$的导函数为$f'(x)$，且$f'(x)\cdot f(x)>2x^3$在R上恒成立，则下列说法中正确的是

A. $f(2023)<f(-2023)$　　B. $f(2023)>f(-2023)$

C. $|f(2023)|<|f(-2023)|$　　D. $|f(2023)|>|f(-2023)|$

8. 已知正三棱锥$S-ABC$的底面边长为3，侧棱长为$2\sqrt{3}$，点P为此三棱锥各顶点所在球面上的一点，则点P到平面SAB的距离的最大值为

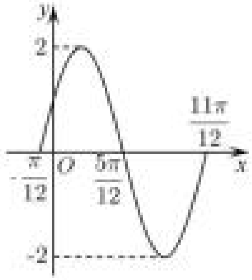
A. $\dfrac{3\sqrt{13}+26}{13}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{13}+26}{13}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{13}+24}{13}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{13}+24}{13}$

（二）多项选择题（共 4 小题，每小题 5 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符题目要求，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分）

9． 点$M(x_1,y_1)$在函数$y=e^x$的图象上，当$x_1\in[0,1)$，则$\frac{y_1+1}{x_1-1}$可能等于

A．-1　　B．-2　　C．-3　　D．0

10．已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，则下列结论正确的是



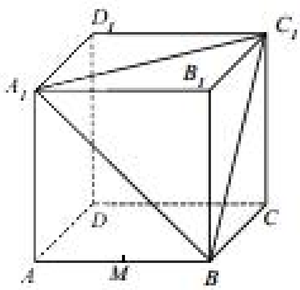
A．$f(x)=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

B．当$f(x)>1$时，x的取值范围为$\left\{x\middle|k\pi<x<k\pi+\frac{\pi}{3},k\in Z\right\}$

C．函数$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度后的一条对称轴方程为$x=\frac{\pi}{3}$

D．函数$f(x)$与$g(x)=-2\cos2x$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称

11．已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 2，棱AB的中点为M，点N在正方体的内部及其表面运动，使得MN∥平面A_1C_1B，则



A．三棱锥$N-A_1BC_1$的体积为定值$\frac{2}{3}$

B．当$|MN|$最大时，MN与BC所成的角为$\frac{\pi}{3}$

C．正方体的每个面与点N的轨迹所在平面所成角都相等

D．若$DN=2$，则点N的轨迹长度为2π

12．已知椭圆$C:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<3)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，点$M(\sqrt{3},2)$在椭圆内部，点$N$在椭圆上，椭圆$C$的离心率为$e$，则以下说法正确的是

A．离心率e的取值范围为$\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

B．存在点N，使得$\overrightarrow{NF_1}=4\overrightarrow{NF_2}$

C．当$e=\frac{\sqrt{3}}{6}$时，$|NF_1|+|NM|$的最大值为$6+\frac{\sqrt{19}}{2}$

D. $\frac{1}{|NF_1|}+\frac{1}{|NF_2|}$的最小值为 1

二、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知抛物线的顶点在原点，对称轴为 x 轴，且过点 $(-3,3)$，则此抛物线的标准方程为________.

14. 在某次考试中，学生的数学成绩服从正态分布 $N(100,100)$.已知参加本次考试的学生有1000 人.则本次考试数学成绩在 70 分至 110 分之间的学生大约有________人.（参考数据：$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx 0.9973$）

15. 定义：设 X，Y 是离散型随机变量，则 X 在给定事件 $Y=y$ 条件下的期望为

$$E(X|Y=y)=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot P(X=x_i|Y=y)=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot\frac{P(X=x_i,Y=y)}{P(Y=y)}$$，其中 $\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为 X 的所有可能取值集合，$P(X=x,Y=y)$ 表示事件“$X=x$”与事件“$Y=y$”都发生的概率．某日小张掷一枚质地均匀的骰子，若掷出 1 点向上两次时即停止.设 A 表示第一次掷出 1 点向上时的投掷次数，B 表示第二次掷出 1 点向上时的投掷次数，则 $E(A|B=4)=$________.

16. 有 1000 张从 1 开始依次编号的多米诺骨牌，从小到大排成一行，每次从中去掉处在奇数位置的牌，则最后剩下的一张牌是________号.

三、解答题：（共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本题满分 10 分）

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $2a\cos B=2c+b$.

(1) 求 A；

(2) 若 $a=3\sqrt{3},b=3$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18．（本题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=5$，$a_{n+1}=3a_n-4$，设$b_n=a_n-2$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2) 设$T_n=\frac{\log_3 b_1}{b_1}+\frac{\log_3 b_2}{b_2}+\cdots+\frac{\log_3 b_n}{b_n}$，$(n\in\mathbf{N}^*)$，求证：$T_n<\frac{3}{4}$.

19．（本题满分 12 分）

已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点$F$，过点$F$的直线$l$交双曲线$C$于$A,B$两点，当直线$l$垂直于$x$轴时，$|AB|=\frac{2a}{3}$.

（1）求此双曲线的离心率；

（2）若点F到此双曲线一条渐近线的距离为1，且以AB为直径的圆被x轴截得弦长为$2\sqrt{2}$，求直线l方程.

20．（本题满分 12 分）

中国共产党第二十次全国代表大会上的报告中提到，新时代十年我国经济实力实现历史性跃升，国内生产总值从 54 万亿元增长到 114 万亿元，我国经济总量稳居世界第二位。建立年份编号为解释变量，地区生产总值为响应变量的一元线性回归模型，现就 2012-2016 某市的地区生产总值统计如下：

年份	2012	2013	2014	2015	2016
年份编号	1	2	3	4	5

地区生产总值（亿元）	2.8	3.1	3.9	4.6	5.6

(1) 求出回归方程，并计算2016年地区生产总值的残差；

(2) 随着我国打赢了人类历史上规模最大的脱贫攻坚战，该市2017-2022的地区生产总值持续增长，现对这11年的数据有三种经验回归模型 $\hat{y}=1.017x+1.200$、$\hat{y}=3.816\sqrt{x}-1.645$、$\hat{y}=0.107x^2+2.365$，它们的 R^2 分别为0.976、0.880和0.985，请根据 R^2 的数值选择最好的回归模型预测一下2023年该市的地区生产总值；

(3) 若2012-2022该市的人口数（单位：百万）与年份编号的回归模型为 $\hat{y}=0.2x+1.2$，结合(2)问中的最佳模型，预测一下在2023年以后，该市人均地区生产总值的变化趋势.

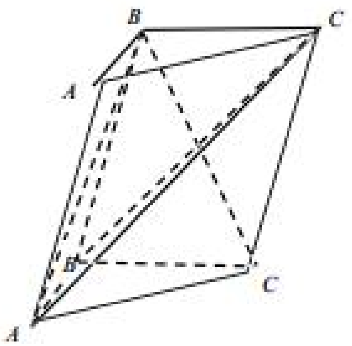
参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$；

21.（本题满分12分）

如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp A_1B_1$，$AB\perp BC$，侧面 BCC_1B_1 为菱形

（1）求证：平面 $ABC_1\perp$ 平面 AB_1C；

（2）若 $BC=2AB=2$，$\angle B_1BC=60^\circ$，求二面角 B_1-AC_1-B 的正弦值.



22.（本题满分 12 分）

我国南北朝时期的数学家祖冲之（公元 429 年—500 年）计算出圆周率的精确度记录在世界保持了千年之久，德国数学家鲁道夫（公元 1540 年—1610 年）用一生精力计算出了圆周率的 35 位小数. 随着科技的进步，一些常数的精确度不断被刷新. 例如：我们很容易能利用计算器得出函数 $J(x)=e^x+x$（$e=2.71828\cdots$）的零点 x_0 的近似值，为了实际应用，本题中取 x_0 的值为 -0.57. 哈三中毕业生创办的仓储型物流公司建造了占地面积足够大的仓库，内部建造了一条智能运货总干线 C_1，其在已经建立的直角坐标系中的函数解析式为 $g(x)=\ln(x-2-\dfrac{1}{x_0})$，其在 $x=2$ 处的切线为 $L_1: y=\psi(x)$. 现计划再建一条总干线 $C_2: y=e^{x+m}$，其中 m 为待定的常数.

注明：本题中计算的最终结果均用数字表示.

(1) 求出 L_1 的直线方程，并且证明：在直角坐标系中，智能运货总干线 C_1 上的点不在直线 L_1 的上方；

(2) 在直角坐标系中，设直线 $L_2: y=\psi(x-\dfrac{x_0}{3})$，计划将仓库中直线 L_1 与 L_2 之间的部分设为隔离区，两条运货总干线 C_1、C_2 分别在各自的区域内，即曲线 C_2 上的点不能越过直线 L_2，求实数 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。