

巴蜀中学 2022 届高三适应性月考卷 (二)

数 学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $M = \left\{ x \mid \frac{x+1}{x} \leq 1 \right\}$, $N = \{ x \mid x^2 - x - 2 > 0 \}$, 则 $M \cap N =$
 - A. $(-\infty, 0]$
 - B. $(-\infty, -1)$
 - C. $(-\infty, 0)$
 - D. $(-\infty, -1]$
2. 设 $a = \frac{1}{2}$, $b = \log_7 \sqrt{5}$, $c = \log_8 7$, 则
 - A. $a > b > c$
 - B. $a > c > b$
 - C. $c > b > a$
 - D. $c > a > b$
3. 已知命题 $p: \log_2 x < 1$, 命题 $q: (x+2)(x+a) < 0$, 若命题 p 是命题 q 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围为
 - A. $a \leq -2$
 - B. $a \leq 2$
 - C. $a \geq 2$
 - D. $a \geq -2$
4. $\left(3 + \frac{1}{x} \right) (1-x)^6$ 展开式中的常数项为
 - A. 3
 - B. -3
 - C. 2
 - D. 9
5. 某公司的收入由保险业务收入和理财业务收入两部分组成. 该公司 2020 年总收入为 200 亿元, 其中保险业务收入为 150 亿元, 理财业务收入为 50 亿元. 该公司经营状态良好, 收入稳定, 预计每年总收入比前一年增加 20 亿元. 因越来越多的人开始注重理财, 公司理财业务发展迅速. 要求从 2021 年起每年通过理财业务的收入是前一年的 t 倍, 若要使得该公司 2025 年的保险业务收入不高于当年总收入的 60%, 则 t 的值至少为
 - A. $\sqrt[5]{2.4}$
 - B. $\sqrt[5]{3.6}$
 - C. $\sqrt[6]{2.4}$
 - D. $\sqrt[6]{3.6}$
6. 在篮球选修课上, 男、女生各有 5 名编号为 1, 2, 3, 4, 5 的学生进行投篮练习, 每人投 10 次, 投中的次数如图 1 所示, 试根据折线图通过计算比较本次投篮练习中男、女生的投篮水平, 则
 - A. 男生投篮水平比女生投篮水平高
 - B. 女生投篮水平比男生投篮水平高
 - C. 男女同学的投篮水平相当, 但女同学要比男同学稳定
 - D. 男女同学投篮命中数的极差相同

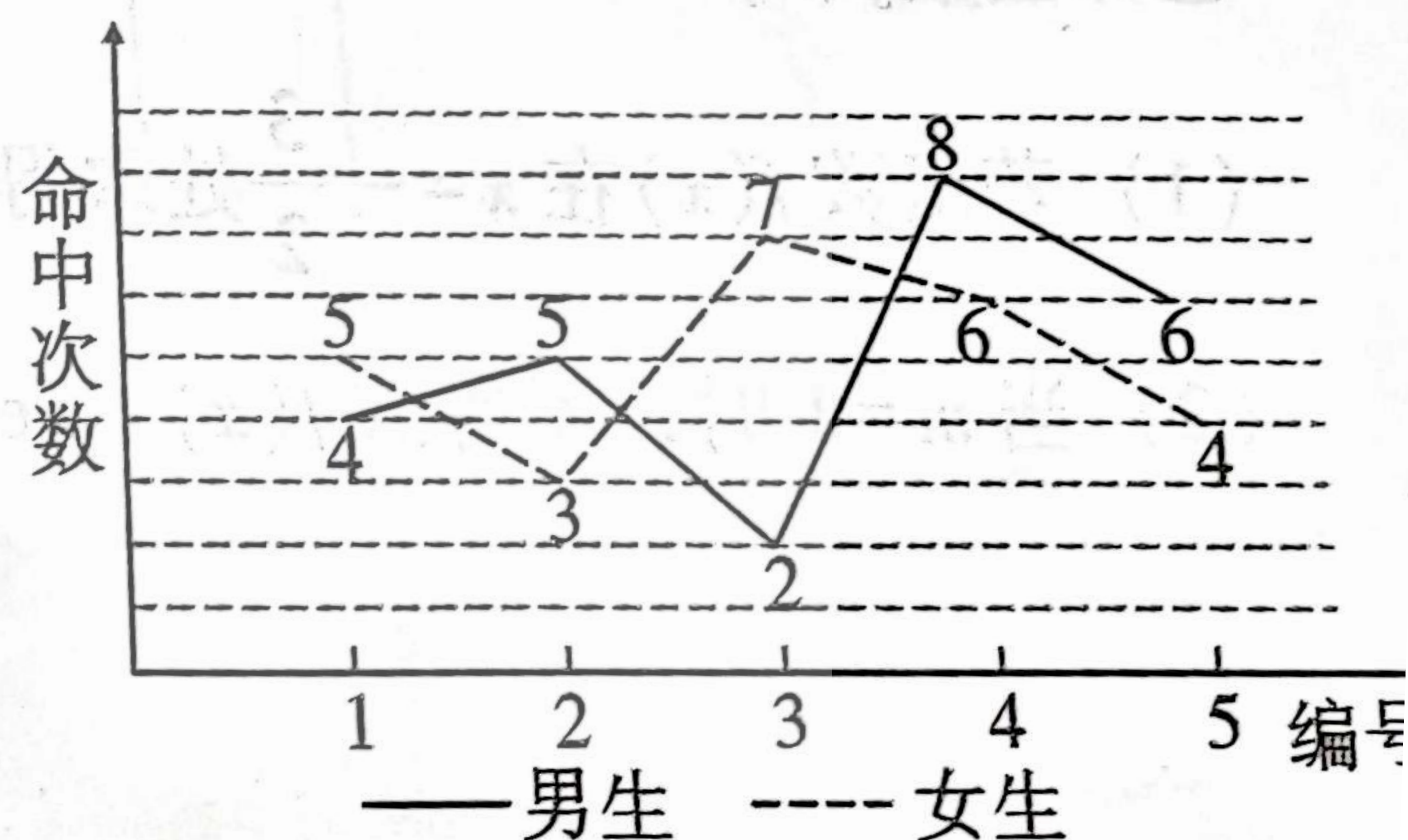


图 1

7. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F, G, H 分别为棱 AB, BC, C_1D_1, A_1D_1 的中点, 若平面 $\alpha \parallel$ 平面 $EFGH$, 且平面 α 与棱 A_1B_1, B_1C_1, B_1B 分别交于点 P, Q, S , 其中点 Q 是棱 B_1C_1 的中点, 则三棱锥 B_1-PQS 的体积为

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{6}$

8. 已知函数 $f(x) = x^2 - \left| x^2 - \frac{a}{2}x - 4 \right|$ 在区间 $(-\infty, -2), (\sqrt{3}, +\infty)$ 上都单调递增, 则实数 a 的取值范围是

A. $0 < a \leq 2\sqrt{3}$

B. $0 < a \leq 4$

C. $0 < a \leq 4\sqrt{3}$

D. $0 < a \leq 8\sqrt{3}$

二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项是符合题目要求的. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分)

9. 已知甲袋中有 5 个大小相同的球, 4 个红球, 1 个黑球; 乙袋中有 6 个大小相同的球, 4 个红球, 2 个黑球, 则

A. 从甲袋中随机摸出一个球是红球的概率为 $\frac{4}{5}$

B. 从乙袋中随机摸出一个球是黑球的概率为 $\frac{2}{3}$

C. 从甲袋中随机摸出 2 个球, 则 2 个球都是红球的概率为 $\frac{3}{5}$

D. 从甲、乙袋中各随机摸出 1 个球, 则这 2 个球是一红球一黑球的概率为 $\frac{2}{5}$

10. 已知函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+4) - f(x) = 2f(2)$, 若 $y = f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 且对任意

的 $x_1, x_2 \in (0, 2)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $(x_1 - x_2)(f(x_1) - f(x_2)) > 0$, 则下列结论正确的是

A. $f(x)$ 是奇函数

B. $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数

C. $f(2022) = 0$

D. $f\left(-\frac{7}{2}\right) > f\left(-\frac{5}{2}\right)$

11. 已知点 Q 是圆 $M: (x+2)^2 + y^2 = 4$ 上一动点, 点 $N(2, 0)$, 若线段 NQ 的垂直平分线交直线 MQ 于点 P , 则

下列结论正确的是

A. 点 P 的轨迹是椭圆

B. 点 P 的轨迹是双曲线

C. 当点 P 满足 $PM \perp PN$ 时, $\triangle PMN$ 的面积 $S_{\triangle PMN} = 3$

D. 当点 P 满足 $PM \perp MN$ 时, $\triangle PMN$ 的面积 $S_{\triangle PMN} = 6$

12. 若函数 $f(x) = \ln x + a(x^2 - 3x)$ ($a \in \mathbf{R}$) 存在两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 总有 $(2-t)(2x_1-3) < \frac{\ln x_1}{a(1-x_1)}$ 成立, 则 t 可以取的值为

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填写在答题卡相应位置上）

13. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \frac{1}{2}f(x+1)$, 当 $x \in [0, 1)$, $f(x) = x+1$, 则 $f(-3) =$ _____.

14. 写出一个同时满足下列条件的复数 $z =$ _____.

① $|z| = 1$; ② 复数 Z 在复平面内对应的点在第四象限.

15. 某地举办庆祝建党 100 周年“奋进新时代，学习再出发”的党史知识竞赛. 已知有 15 个参赛名额分配给甲乙丙丁四支参赛队伍，其中一支队伍分配有 7 个名额，余下三支队伍都有参赛名额，则这四支队伍的名额分配方案有 _____ 种.

16. 对于函数 $y = f(x)$, 若在定义域内存在实数 x_0 , 使得 $f(x_0 + k) = f(x_0) + f(k)$ 成立, 其中 k 为大于 0 的常数, 则称点 (x_0, k) 为函数 $f(x)$ 的 k 级“平移点”. 已知函数 $f(x) = ax^2 + \ln x$ 在 $[1, +\infty)$ 上存在 1 级“平移点”, 则实数 a 的最小值为 _____.

四、解答题（共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤）

17. （本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - x^2 + x + 1$.

(1) 求曲线 $f(x)$ 在点 $P(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若 $g(x) = f'(x)$ ($f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数), 求函数 $g(x)$ 的单调递增区间.

18. （本小题满分 12 分）

某学校通过调查, 了解了高三学生语文的学习情况.

(1) 该校 2000 名高三学生语文考试成绩 X 服从正态分布, $X \sim N(110, 25)$, 试估计这 2000 名学生中大约有多少名同学语文考试成绩位于区间 $(100, 120]$ 之内? (人数按四舍五入取整)

附: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6826$; $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$; $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$.

(2) 小明调查了自己班级同学对语文学习的爱好情况, 在学生的高中语文学习的爱好情况统计中, 有 21

位男同学爱好学习高中语文, 占有男同学的 $\frac{7}{10}$; 有 4 位女同学不爱好学习高中语文, 占有女同学的

$\frac{1}{5}$. 完成下列 2×2 列联表, 并根据列联表, 回答是否有 90% 的把握认为学生是否爱好学习高中语文与学生性别有关.

	爱好人数	不爱好人数	合计
男同学			
女同学			
合计			

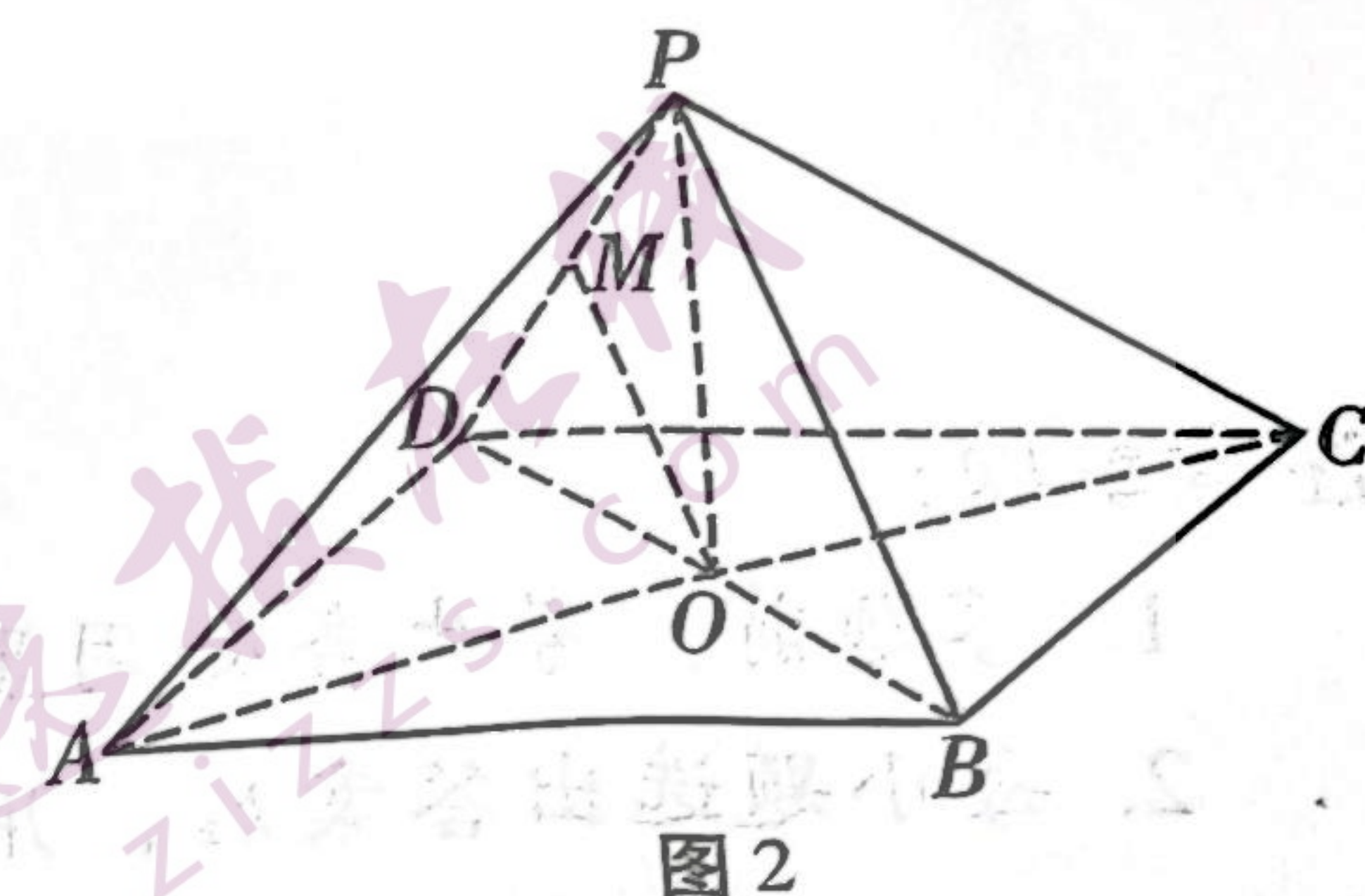
参考公式和数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.050	0.010	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图 2, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 的对角线互相平分, $AC \cap BD = O$; 在直角边长为 2 的等腰直角 $\triangle ADB$ 中, $\angle ADB = 90^\circ$; 在等腰直角 $\triangle PDB$ 中, $\angle BPD = 90^\circ$, M 为 PD 的中点, $PO \perp AC$.

- (1) 求证: $OM \parallel$ 平面 BCP ;
- (2) 求二面角 $C-BP-A$ 的正弦值.



20. (本小题满分 12 分)

肺结核是一种慢性传染性疾病, 据统计, 一个开放性肺结核患者可传染 20~30 个健康人, 我国每年 2000 万~4000 万健康人感染肺结核. 其中检验健康人是否感染肺结核是阻止其传播和流行的的重要手段. 现在采集了七份样品, 已知其中只有一份样品是阳性 (即感染了肺结核), 需要通过检验来确定哪一个样品是阳性. 下面有两种检验方案:

方案 A: 逐个检验, 直到能确定阳性样品为止;

方案 B: 先把其中五份样品混在一起检验, 若检验为阴性, 则在另外两份样品中任取一份检验, 若五份样品混在一起检验结果为阳性, 则把样品中这五份逐个检验, 直到能确定阳性样品为止.

(1) 若采用方案 A, 求恰好检验 3 次的概率; 若采用方案 B, 求恰好检验 3 次的概率;

(2) 记 X 表示采用方案 A 所需检验次数, 求 X 的分布列和期望;

(3) 求采用方案 B 所需检验次数小于或等于采用方案 A 所需检验次数的概率.

21. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系中, 已知动点 A 到点 $B(1, 0)$ 的距离为 d_1 , 到直线 $x = -2$ 距离为 d_2 , 且 $d_2 = d_1 + 1$, 记动点 A 的轨迹为曲线 Ω .

(1) 求曲线 Ω 的方程;

(2) 已知斜率之和为 -1 的两条直线 m, n 相交于点 B , 直线 m, n 与曲线 Ω 分别相交于 C, D, E, F 四点, 且线段 CD 、线段 EF 的中点分别为 G, H , 问: 直线 GH 是否过定点? 若过定点, 请求出该定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = xe^x + mx^2e^x$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x = -\frac{3}{2}$ 处取得极值, 求实数 m 的值;

(2) 当 $m = 1$ 时, 不等式 $f(x) - x^2e^x \geq k(x + \ln x) + 1$ 对于 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 k 的值.