

南京市第 29 中学 2022 届高三学情调研(第二次)

数学试题

本试卷共 8 页, 22 小题, 满分 150 分. 考试时间 120 分钟. 填空题 4 题, 解答题 6 题, 要按题号一题一题拍照上传, 其中 14 题和 16 题各有两空, 两空答案拍在一起上传.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 若复数 z 满足 $(z-1)i=2-2i$, 则 $|z|=(\quad)$
A. 13 B. $\sqrt{13}$ C. 5 D. $\sqrt{5}$
- 已知 $a=\pi^{-2}$, $b=-\log_2 5$, $c=\log_2 \frac{1}{3}$, 则 (\quad)
A. $b>a>c$ B. $c>b>a$ C. $a>c>b$ D. $a>b>c$
- 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}(n \in \mathbb{N}^*)$ 的前 n 项和, 且 $S_6>S_7>S_5$, 则下列结论正确的有 (\quad)
A. $S_{11}>0$ B. $S_{12}<0$ C. $S_{13}>0$ D. $S_8>S_6$
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2\lambda+(\lambda-3) \cdot 2^n$ (λ 为常数), 则 λ 等于 (\quad)
A. -2 B. -1 C. 2 D. 1
- 英国数学家泰勒(B. Taylor, 1685-1731)发现了如下公式: $\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\dots$. 根据该公式可知, 与 $-1+\frac{1}{3!}-\frac{1}{5!}+\frac{1}{7!}-\dots$ 的值最接近的是 (\quad)
A. $\cos 57.3^\circ$ B. $\sin 57.3^\circ$ C. $\cos 147.3^\circ$ D. $\sin(-32.7^\circ)$
- 设 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点, 点 P 在 C 上, 且 PF_1, F_1F_2, PF_2 成等比数列, 则 C 的离心率的最大值为 (\quad)
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
- 为贯彻落实《中共中央国务院关于全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》的文件精神, 某学校推出了《植物栽培》、《手工编织》、《实用木工》、《实用电工》4 门校本劳动选修课程, 要求每个学生从中任选 2 门进行学习, 则甲、乙两名同学的选课中恰有一门课程相同的概率为 (\quad)
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$
- 已知对任意的 $x \in (1, +\infty)$, 不等式 $k \cdot (e^{kx}+1) - (\frac{1}{x}+1)\ln x > 0$ 恒成立, 则正数 k 的取值范围是 (\quad)
A. $(\frac{1}{e}, +\infty)$ B. $(e, +\infty)$ C. $(\frac{1}{e}, e)$ D. $(\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e})$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知 $f(x) = 2\cos^2\omega x + \sqrt{3}\sin 2\omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 π ，则下列说法正确的有()

- A. 函数 $f(x)$ 在 $[-\pi, \frac{\pi}{6}]$ 上的值域为 $[2, 3]$ B. 点 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 是函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心
C. 直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 图象一条对称轴 D. 函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{6}]$ 上为增函数

10. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数， $f(x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称，当 $x \in (0, 1]$ 时， $f(x) = e^{x-1}$ ，则下列判断正确的是()

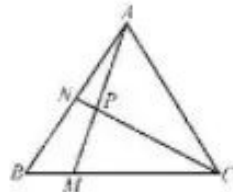
- A. $f(x)$ 的周期为 4. B. $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$ C. $f(x+1)$ 是偶函数 D. $f(2021) = 1$

11. 已知 $\triangle ABC$ 中，角 A, B 满足 $\cos A + A < \sin B + (\frac{\pi}{2} - B)$ ，则下列结论一定正确的是()

- A. $\sin B < \cos A$ B. $\sin A > \cos B$ C. $\sin A > \sin C$ D. $\sin C > \sin B$

12. 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 的直线与 C 相交于 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 两点。若 $|PQ|$ 的最小值为 6，则()

- A. 抛物线 C 的方程为 $y^2 = 6x$ B. $y_1 y_2 = -36$
C. PQ 的中点到准线的距离的最小值为 3
D. 当直线 PQ 的倾斜角为 60° 时， F 为 PQ 的一个四等分点



(第 14 题图)

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) = 3$ ，则 $\cos 2\theta =$ _____ .

14. 如图，已知 M, N 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC, AB 上的点，且 $BM = \frac{1}{4}BC, AN = \frac{1}{2}AB$ ， AM 交 CN 于点 P 。

- (1) 若 $\vec{AM} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，则 $y-x$ 的值为 _____ ；
(2) 若 $AB=4, AC=3, \angle BAC=60^\circ$ ，则 $\vec{AP} \cdot \vec{CB}$ 的值为 _____ .

15. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC, D$ 为 AC 的中点， $BD=2$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 _____ .

16. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB = AA_1 = 1$ ，点 P 满足 $\vec{BP} = \lambda\vec{BC} + \mu\vec{BB_1}$ ，其中 $\lambda \in [0, 1], \mu \in [0, 1]$ 。

(1) 当 $\mu = 1$ 时，三棱锥 $P - A_1BC$ 的体积为 _____ .

(2) 当 $\mu = \frac{1}{2}$ 时，存在点 P ，使得 $A_1B \perp$ 平面 AB_1P ，则 $|\vec{BP}|$ 的取值集合为 _____ .

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1=0$ ， $S_6=3(a_7-1)$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n=2^{an}$ ，求满足不等式 $\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_3} + \dots + \frac{1}{b_n} > (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n)$ 的正整数 n 的集合。

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $na_{n+1} - (n+1)a_n = 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ ，且 $a_1=1$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

19. (本小题满分 12 分)

在① $a \sin B = b \sin \frac{B+C}{2}$ ；② $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{2\sqrt{3}}{3} S$ ；③ $\sqrt{3} a \sin C + a \cos C = b + c$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并回答问题。

问题：在 $\triangle ABC$ 中， A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， S 为 $\triangle ABC$ 的面积， D 是 BC 的中点。若 $a = \sqrt{7}$ ， $b = 2$ ，且_____，求 A 及 AD 的长。

注：如果选择多个条件分别解答，则按第一个解答计分。

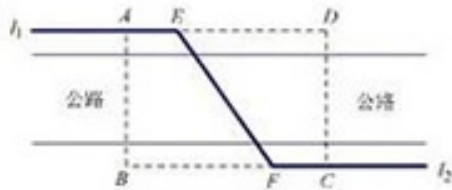
20. (本小题满分 12 分)

如图，某自来水公司要在公路两侧排水管，公路为东西方向，在路北侧沿直线 AE 排水管 l_1 ，在路南侧沿直线 CF 排水管 l_2 ，现要在矩形区域 $ABCD$ 内沿直线 EF 将 l_1 与 l_2 接通。已知 $AB = 60 \text{ m}$ ， $BC = 80 \text{ m}$ ，公路两侧排管费用为每米 1 万元，穿过公路的 EF 部分的排管费用为每米 2 万元，设 EF 与 AB 所成角为 α 。矩形区域 $ABCD$ 内的排管费用为 W 。

(1) 求 W 关于 α 的函数关系式；

(2) 求 W 的最小值及相应的角 α 。(说明：设某个角为自变量，注意确定自变量的范围)

解(1)



21. (本小题满分 12 分)

设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，双曲线 C 的左、右准线与

其一条渐近线 $y = 2x$ 的交点分别为 A, B ，四边形 AF_1BF_2 的面积为 4。

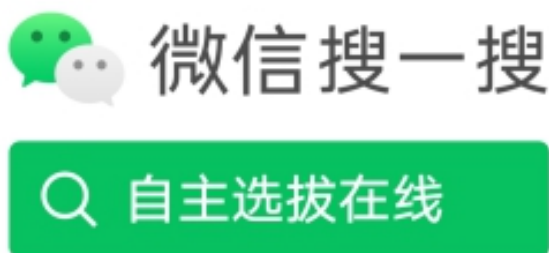
(1) 求双曲线 C 的方程；

(2) 已知 l 为圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{4}{3}$ 的切线，且与 C 相交于 P, Q 两点，求 $\vec{OP} \cdot \vec{OQ}$ 。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》