福建省漳州市2023届高三毕业班第四次教学质量检测

数学参考答案及评分细则

评分说明：

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则。

2. 对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

4. 只给整数分数。选择题和填空题不给中间分。

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. C　　2. A　　3. B　　4. B　　5. A　　6. D
7. B　　8. D

二、多项选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的四个选项中，有多个选项符合题目要求，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分.

9. BC　　10. ABD　　11. ACD　　12. ABC

三、填空题：本大题共4题，每小题5分，共20分.

13. x（答案不唯一）　　14. 37、45　　15. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$　　16. $\dfrac{3\sqrt{7}}{8\pi}$

四、解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 解：（1）因为 $\dfrac{2S_n}{a_n}=n+1$，所以 $2S_n=(n+1)a_n$.

所以 $2a_{n+1}=2S_{n+1}-2S_n=(n+2)a_{n+1}-(n+1)a_n$，……………………… 2分

所以 $na_{n+1}=(n+1)a_n$，即 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}$.　…………………………………… 3分

又因为 $a_1=1$，所以 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}=\cdots=\dfrac{a_1}{1}=1$，所以 $a_n=n$.　…………… 5分

（2）因为 $\log_2\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\log_2\dfrac{n+1}{n}=\log_2(n+1)-\log_2 n$，

所以 $T_n=(\log_2 2-\log_2 1)+(\log_2 3-\log_2 2)+(\log_2 4-\log_2 3)+\cdots+[\log_2(n+1)-\log_2 n]$

$=\log_2(n+1)-\log_2 1=\log_2(n+1)$.　………………………………………… 8分

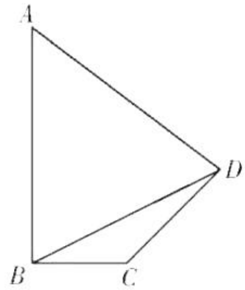
令 $T_k=\log_2(k+1)\leqslant 10$，得 $k\leqslant 2^{10}-1$，$k\in\mathbf{N}^*$，………………………… 9分

所以集合 $\{k|T_k\leqslant 10,k\in\mathbf{N}^*\}$ 中元素的个数为 $2^{10}-1=1023$.　……… 10分

18. 解法一：

(1) 在 $\triangle BCD$ 中，

由余弦定理可得 $BD^2 = CB^2 + CD^2 - 2CB \cdot CD \cdot \cos\angle BCD$，
……………………………………………………… 2 分



所以 $5 = CB^2 + 2 - 2\sqrt{2} \cdot CB \cdot \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，

即 $CB^2 + 2CB - 3 = 0$，

所以 $(CB+3)(CB-1)=0$，又 $CB>0$，所以 $CB=1$，
……………………………………………………… 3 分

所以 $\cos\angle CBD = \dfrac{BC^2 + BD^2 - CD^2}{2BC \cdot BD} = \dfrac{1+5-2}{2\times1\times\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. ………………… 5 分

(2) 由(1)可知，$\sin\angle ABD = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \angle CBD\right) = \cos\angle CBD = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，……………… 6 分

因为 $\angle ABD$ 为锐角，所以 $\cos\angle ABD = \sqrt{1-\sin^2\angle ABD} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$，……………… 7 分

在 $\triangle ABD$ 中，由正弦定理可得，

$\dfrac{AD}{\sin\angle ABD} = \dfrac{BD}{\sin\angle BAD}$，即 $\dfrac{AD}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sin\angle A}$，所以 $AD = \dfrac{2}{\sin\angle A}$，………………… 8 分

因为 $\sin\angle ADB = \sin(\angle ABD + \angle A) = \sin\angle ABD\cos\angle A + \cos\angle ABD\sin\angle A$

$= \dfrac{\sqrt{5}}{5}\sin\angle A + \dfrac{2\sqrt{5}}{5}\cos\angle A$，……………………………………… 9 分

所以 $S_{\triangle ABD} = \dfrac{1}{2}BD \cdot AD \cdot \sin\angle ADB = \dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\dfrac{2}{\sin\angle A}\times\sin\angle ADB$，

$= \dfrac{\sqrt{5}\sin\angle ADB}{\sin\angle A} = \dfrac{\sin\angle A + 2\cos\angle A}{\sin\angle A} = 1 + \dfrac{2}{\tan\angle A}$，………………… 10 分

因为 $\angle ADB = \pi - (\angle ABD + \angle A)$，且 $\triangle ABD$ 为锐角三角形，

所以 $\begin{cases} 0 < \pi - (\angle ABD + \angle A) < \dfrac{\pi}{2}, \\ 0 < \angle A < \dfrac{\pi}{2}, \end{cases}$ 所以 $\dfrac{\pi}{2} - \angle ABD < \angle A < \dfrac{\pi}{2}$，……… 11 分

所以 $\tan\angle A > \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \angle ABD\right) = \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \angle ABD\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \angle ABD\right)} = \dfrac{\cos\angle ABD}{\sin\angle ABD} = \dfrac{1}{2}$，

所以 $0 < \dfrac{1}{\tan\angle A} < 2$，所以 $1 < 1 + \dfrac{2}{\tan\angle A} < 5$，即 $1 < S_{\triangle ABD} < 5$，

所以 $\triangle ABD$ 面积的取值范围为 $(1, 5)$． ……………………………………………… 12 分

解法二：

(1) 在 $\triangle BCD$ 中，由正弦定理可得 $\dfrac{BD}{\sin\angle BCD}=\dfrac{CD}{\sin\angle CBD}$，…………………………… 2 分

所以 $\sin\angle CBD=\dfrac{\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. ……………………………………………………… 3 分

又 $\angle CBD\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$，所以 $\cos\angle CBD=\sqrt{1-\sin^2\angle CBD}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. …………… 5 分

(2) 由(1)可知，$\sin\angle ABD=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\angle CBD\right)=\cos\angle CBD=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. ………………… 6 分

因为 $\angle ABD$ 为锐角，所以 $\cos\angle ABD=\sqrt{1-\sin^2\angle ABD}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，………………… 7 分

所以 $\sin\angle ADB=\sin(\angle A+\angle ABD)=\sin\angle A\cos\angle ABD+\cos\angle A\sin\angle ABD$

$$=\frac{\sqrt{5}}{5}\sin\angle A+\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\angle A.$$ …………………………………………… 8 分

在 $\triangle ABD$ 中，由正弦定理可得 $\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}=\dfrac{BD}{\sin\angle A}$，

所以 $AB=\dfrac{\sqrt{5}\sin\angle ADB}{\sin\angle A}=\dfrac{\sin\angle A+2\cos\angle A}{\sin\angle A}=1+\dfrac{2}{\tan\angle A}$，…………………… 9 分

$S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BD\cdot\sin\angle ABD=\dfrac{1}{2}\times\left(1+\dfrac{2}{\tan\angle A}\right)\times\sqrt{5}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=1+\dfrac{2}{\tan\angle A}$.

……………………………………………………………………………………… 10 分

因为 $\angle ADB=\pi-(\angle ABD+\angle A)$，且 $\triangle ABD$ 为锐角三角形，

所以 $\begin{cases}0<\pi-(\angle ABD+\angle A)<\dfrac{\pi}{2},\\ 0<\angle A<\dfrac{\pi}{2},\end{cases}$ 所以 $\dfrac{\pi}{2}-\angle ABD<\angle A<\dfrac{\pi}{2}$，……… 11 分

所以 $\tan\angle A>\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\angle ABD\right)=\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\angle ABD\right)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\angle ABD\right)}=\dfrac{\cos\angle ABD}{\sin\angle ABD}=\dfrac{1}{2}$，

所以 $0<\dfrac{1}{\tan\angle A}<2$，所以 $1<1+\dfrac{2}{\tan\angle A}<5$，即 $1<S_{\triangle ABD}<5$，

所以 $\triangle ABD$ 面积的取值范围为$(1,5)$. …………………………………………… 12 分

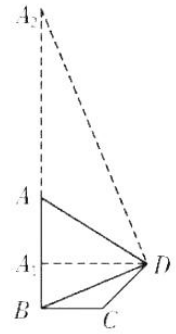
解法三：

(1) 同解法一；…… 5 分

(2) 则由(1)可知，$\sin\angle ABD=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\angle CBD\right)=\cos\angle CBD=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，…… 6 分

因为 $\angle ABD$ 为锐角，所以 $\cos\angle ABD=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\tan\angle ABD=2$。…… 7 分

作 $A_1D\perp AB$ 于 A_1，作 $A_2D\perp BD$ 于 D，交 BA 于 A_2，如图，…… 8 分



所以 $A_1D=BD\cdot\sin\angle ABD=\sqrt{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=2$，

$A_1B=BD\cdot\cos\angle ABD=\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=1$，

所以 $S_{\triangle A_1BD}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$，…… 9 分

又 $A_2D=BD\cdot\tan\angle ABD=\sqrt{5}\times2=2\sqrt{5}$，

所以 $S_{\triangle A_2BD}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$。…… 10 分

由图可知，仅当 A 在线段 A_1A_2 上(不含端点)时，$\triangle ABD$ 为锐角三角形，

所以 $S_{\triangle A_1BD}<S_{\triangle ABD}<S_{\triangle A_2BD}$，即 $1<S_{\triangle ABD}<5$。

所以 $\triangle ABD$ 面积的取值范围为 $(1,5)$。…… 12 分

19. 解：(1) 过点 B 作 $BD\parallel AC$ 交圆 O 于点 D，…… 1 分

因为 AB 是圆 O 的直径，所以 $\angle ADB=\angle ACB=90^\circ$，

所以 $\angle CBD=180^\circ-\angle ACB=90^\circ$，

所以四边形 $ACBD$ 为矩形，

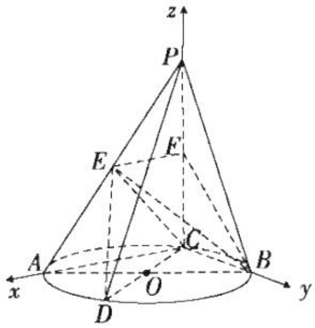
因为 $AC=\sqrt{3}$，$AD=BC=1$，所以 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1=\frac{\sqrt{3}}{2}$，…… 2 分

因为 $PC\perp$ 平面 ABC，E 为 PA 的中点，

所以点 E 到平面 ACD 的距离为 $\frac{1}{2}PC$，…… 3 分

所以 $V_{D-ACE}=V_{E-ACD}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ACD}\times\frac{1}{2}PC=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1=\frac{\sqrt{3}}{6}$。…… 5 分

(2) 以 C 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{CA}$、$\overrightarrow{CB}$、$\overrightarrow{CP}$ 的方向作为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向建立空间直角坐标系，如图. ………………………………………… 6 分



则 $A(\sqrt{3},0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(0,0,0)$，

$D(\sqrt{3},1,0)$，$P(0,0,2)$，

所以 $\overrightarrow{CB}=(0,1,0)$，

$\overrightarrow{BP}=(0,-1,2)$，$\overrightarrow{BD}=(\sqrt{3},0,0)$，

$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\lambda\overrightarrow{BP}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\lambda,2\lambda)$，

$\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BM}=(\frac{\sqrt{3}}{2},1-\lambda,2\lambda)$， …… 7 分

设平面 PBD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BP}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}x=0,\\ -y+2z=0,\end{cases}$

不妨取 $z=1$，得 $\boldsymbol{n}=(0,2,1)$， ………………………………………… 9 分

因为 CM 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$，

所以 $|\cos<\overrightarrow{CM},\boldsymbol{n}>|=\frac{|\overrightarrow{CM}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{CM}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{2}{\sqrt{5\lambda^2-2\lambda+\frac{7}{4}}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，

………………………………………………………………………… 10 分

所以 $20\lambda^2-8\lambda-1=0$，所以 $\lambda=\frac{1}{2}$ 或 $\lambda=-\frac{1}{10}$. ……………………… 12 分

20. 解法一：

(1) 若 $p=0.5$，$n=2$，则 Y 的所有取值为 0，200，400， ………………………… 1 分

记一艘该型号飞艇第 i 次执行科考任务能成功返航为事件 A_i，获得价值为200 万元的科考数据为事件 B_i，$(i=1,2)$，则

$P(Y=0)=P(\overline{A_1})+P(A_1\overline{B_1}\overline{A_2})+P(A_1\overline{B_1}A_2\overline{B_2})$

$=1-p+p\cdot0.8\cdot(1-p)+p\cdot0.8\cdot p\cdot0.8=0.86$，

$P(Y=200)=P(A_1B_1A_2\overline{B_2})+P(A_1B_1\overline{A_2})+P(A_1\overline{B_1}A_2B_2)$

$=p\cdot0.2\cdot p\cdot0.8+p\cdot0.2\cdot(1-p)+p\cdot0.8\cdot p\cdot0.2=0.13$，

$P(Y=400)=P(A_1B_1A_2B_2)=p\cdot0.2\cdot p\cdot0.2=0.01$，

所以 Y 的分布列为

Y	0	200	400
P	0.86	0.13	0.01

………………………………………… 4 分

（2）Z_i 取值表示的意义如下：若一艘该型号飞艇能执行第 i 次科考任务且在此次任务中获得价值 200 万元的科考数据，则 $Z_i=200$，否则 $Z_i=0$，$(i=1,2,3,\cdots,n)$。

因为 Z_i 的分布列为

Z_i	0	200
P	$1-0.2p^i$	$0.2p^i$

所以 $E(Z_i)=0\times(1-0.2p^i)+200\times0.2p^i=40p^i$， ………………………… 8 分

因为 $Y=Z_1+Z_2+\cdots+Z_n$， ………………………………………………………… 9 分

所以 $E(Y)=E(Z_1)+E(Z_2)+\cdots+E(Z_n)$

$$=40(p+p^2+\cdots+p^n)=\frac{40p(1-p^n)}{1-p}.$$ ………………………… 12 分

解法二：

（1）同解法一；

（2）因为 X 的分布列为

X	0	200
P	0.8	0.2

所以 $E(X)=0\times0.8+200\times0.2=40$， ………………………………………… 6 分

记一艘该型号飞艇共可成功返航 Z 次，

则 Z 的全部取值为 0，1，2，…，n，且 Z 的分布列为

Z	0	1	2	…	$n-1$	n
P	$1-p$	$p(1-p)$	$p^2(1-p)$	…	$p^{n-1}(1-p)$	p^n

……………………………………………………………………………………………… 8 分

所以 $E(Z)=0\cdot(1-p)+1\cdot p(1-p)+2p^2(1-p)+\cdots+(n-1)p^{n-1}(1-p)+np^n$

$$=(1-p)[p+2p^2+\cdots+(n-1)p^{n-1}]+np^n,$$ ……………………… 9 分

所以 $pE(Z)=(1-p)[p^2+2p^3+\cdots+(n-2)p^{n-1}+(n-1)p^n]+np^{n+1}$，

……………………………………………………………………………………………… 10 分

所以 $(1-p)E(Z)=(1-p)[p+p^2+p^3+\cdots+p^{n-1}-(n-1)p^n]+np^n(1-p)$

所以 $E(Z)=p+p^2+p^3+\cdots+p^{n-1}-(n-1)p^n+np^n$

$$=p+p^2+p^3+\cdots+p^{n-1}+p^n=\frac{p(1-p^n)}{1-p},$$ ……………………… 11 分

所以 $E(Y)=E(X)E(Z)=\dfrac{40p(1-p^n)}{1-p}$. ………………………………… 12 分

21. 解：(1) 圆 M 的圆心为 $M(-\sqrt{3}, 0)$，半径 $r=2\sqrt{2}$，

因为 $MS \parallel NL$，所以 $\triangle MSR \backsim \triangle LNR$，又因为 $|MR|=|MS|$，

所以 $|LR|=|LN|$，

所以 $||LM|-|LN||=||LM|-|LR||=|MR|=r=2\sqrt{2}<2\sqrt{3}=|MN|$，

所以点 L 在以 M、N 为焦点，$2\sqrt{2}$ 为实轴长的双曲线上，…………………… 3 分

设双曲线的方程为 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0,\ c=\sqrt{a^2+b^2})$，

则 $2a=2\sqrt{2}$，$2c=2\sqrt{3}$，所以 $a=\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}$，$b=1$，…………………… 4 分

又 L 不可能在 x 轴上，所以曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}-y^2=1(y\neq 0)$． ……… 6 分

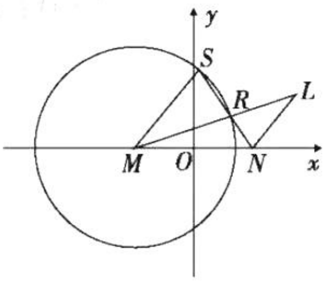


图1

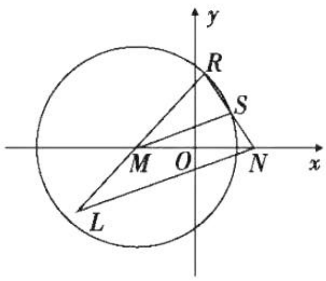


图2

(2) 在 x 轴上存在定点 $Q(-1, 0)$，使得 $\triangle QAB$ 的内心在一条定直线上． … 7 分

证明如下：由条件可设 l：$x=my-2$，代入 $\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$，

得 $(m^2-2)y^2-4my+2=0$，

设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，则 $\begin{cases} m^2-2\neq 0, \\ \Delta=16m^2-4(m^2-2)\cdot 2>0, \\ y_1+y_2=\dfrac{4m}{m^2-2}>0, \\ y_1y_2=\dfrac{2}{m^2-2}>0. \end{cases}$ ……… 9 分

所以 $y_1+y_2=2my_1y_2$，

取 $Q(-1, 0)$，

则 $k_{AQ}+k_{BQ}=\dfrac{y_1}{x_1+1}+\dfrac{y_2}{x_2+1}=\dfrac{y_1}{my_1-2+1}+\dfrac{y_2}{my_2-2+1}$

$=\dfrac{2my_1y_2-(y_1+y_2)}{(my_1-1)(my_2-1)}=0$， …………………………………… 11 分

又 A，B 都在 x 轴上方，所以 $\angle AQB$ 的平分线为定直线 $x=-1$，

所以在 x 轴上存在定点 $Q(-1, 0)$，使得 $\triangle QAB$ 的内心在定直线 $x=-1$ 上．

………………………………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1) 将 $y=mx+1$ 代入 $y=x^2-x+1$，得 $x^2-(m+1)x=0$，

由 $\Delta=(m+1)^2=0$，得 $m=-1$， …………………………………… 2 分

所以切线方程为 $y=-x+1$，

因为 $f'(x)=e^x-2e^{-x}$， …………………………………… 3 分

设曲线 $y=f(x)$ 与切线相切于点 $A(x_0,\ -x_0+1)$，

则 $f'(x_0)=-1$，所以 $e^{2x_0}+e^{x_0}-2=0$，

解得 $e^{x_0}=1$ 或 $e^{x_0}=-2$(舍去)，所以 $x_0=0$， …………………………………… 4 分

又因为 $f(x_0)=-x_0+1$，即 $f(0)=1$，即 $3+a=1$，所以 $a=-2$，

所以 $m=-1$，$a=-2$. …………………………………… 5 分

(2) 因为 $e^{x_1}+e^{x_2}=3$，所以 $f(x_1)\cdot f(x_2)=\left(e^{x_1}+\dfrac{2}{e^{x_1}}-2\right)\cdot\left(e^{x_2}+\dfrac{2}{e^{x_2}}-2\right)$

$$=\frac{e^{2x_1}-2e^{x_1}+2}{e^{x_1}}\cdot\frac{e^{2x_2}-2e^{x_2}+2}{e^{x_2}}=\frac{(e^{x_1}-1)^2+1}{e^{x_1}}\cdot\frac{(e^{x_2}-1)^2+1}{e^{x_2}}$$

$$=\frac{[(e^{x_1}-1)(e^{x_2}-1)]^2+(e^{x_1}-1)^2+(e^{x_2}-1)^2+1}{e^{x_1}e^{x_2}}$$

$$=\frac{[e^{x_1}e^{x_2}-(e^{x_1}+e^{x_2})+1]^2+e^{2x_1}-2e^{x_1}+1+e^{2x_2}-2e^{x_2}+1+1}{e^{x_1}e^{x_2}}$$

$$=\frac{(e^{x_1}e^{x_2}-3+1)^2+(e^{x_1}+e^{x_2})^2-2e^{x_1}e^{x_2}-2(e^{x_1}+e^{x_2})+3}{e^{x_1}e^{x_2}}$$

$$=\frac{(e^{x_1}e^{x_2}-2)^2+9-2e^{x_1}e^{x_2}-6+3}{e^{x_1}e^{x_2}}=\frac{e^{2(x_1+x_2)}-6e^{x_1+x_2}+10}{e^{x_1+x_2}}$$

$=e^{x_1+x_2}+\dfrac{10}{e^{x_1+x_2}}-6$， …………………………………… 7 分

因为 $3=e^{x_1}+e^{x_2}\geqslant 2\sqrt{e^{x_1}e^{x_2}}=2\sqrt{e^{x_1+x_2}}$，所以 $0<e^{x_1+x_2}\leqslant\dfrac{9}{4}$，

所以 $x_1+x_2\leqslant 2\ln\dfrac{3}{2}$，仅当 $x_1=x_2=\ln\dfrac{3}{2}$ 时，等号成立， ………………… 8 分

令 $x_1+x_2=t$，则 $t\leqslant 2\ln\dfrac{3}{2}$，

因为 $f(x_1)\cdot f(x_2)\geqslant 3(x_1+x_2)+3k$，

所以当 $t\leqslant 2\ln\dfrac{3}{2}$ 时，$e^t+\dfrac{10}{e^t}-3t-6-3k\geqslant 0$ 恒成立， ………………… 9 分

令 $h(t)=e^t+\dfrac{10}{e^t}-3t-6-3k$，$t\in\left(-\infty,2\ln\dfrac{3}{2}\right]$，

则 $h'(t)=e^t-\dfrac{10}{e^t}-3$ 在 $\left(-\infty,2\ln\dfrac{3}{2}\right]$ 上单调递增，

所以 $h'(t)\leqslant h'\left(2\ln\dfrac{3}{2}\right)<0$，所以 $h(t)$ 在 $\left(-\infty,2\ln\dfrac{3}{2}\right]$ 上单调递减， ………
…………………………………… 10 分

所以 $[h(t)]_{\min}=h\left(2\ln\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{25}{36}-6\ln\dfrac{3}{2}-3k\geqslant 0$，所以 $k\leqslant\dfrac{25}{108}-2\ln\dfrac{3}{2}$，
…………………………………… 11 分

所以 k 的最大值为 $\dfrac{25}{108}-2\ln\dfrac{3}{2}$. …………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。