武汉市 2024 届部分学校高三年级九月调研考试
数学试卷参考答案及评分标准

选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	B	A	C	C	B	ABD	BC	AD	ACD

填空题：

13. -40　14. $(x+1)^2+(y-2)^2=5$　15. $4-2\ln 2$　16. (1) $\frac{11}{24}$；(2) $\frac{1}{9}[4-(-\frac{1}{2})^n]$

解答题：

17.（10 分）解：

（1）由题意，$2S_n=(n+2)(a_n-1)$，$2S_{n+1}=(n+3)(a_{n+1}-1)$.

两式相减得：$2a_{n+1}=(n+3)a_{n+1}-(n+2)a_n-1$，

即 $(n+1)a_{n+1}=(n+2)a_n+1$.

此时 $\frac{a_{n+1}}{n+2}=\frac{a_n}{n+1}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}$，

即 $\frac{a_{n+1}}{n+2}=\frac{a_n}{n+1}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$.

有 $\frac{a_{n+1}+1}{n+2}=\frac{a_n+1}{n+1}$，所以数列 $\{\frac{a_n+1}{n+1}\}$ 是常数列.　…………5 分

（2）取 $n=1$，有 $2a_1=3(a_1-1)$，解得 $a_1=3$.

由（1）可得：$\frac{a_n+1}{n+1}=\frac{a_1+1}{1+1}=2$，所以 $a_n=2n+1$.

$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3})$.

所以 $T_n=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+...+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3})=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3})=\frac{n}{6n+9}$.　…………10 分

18.（12 分）解：

（1）由正弦定理得：$2\sin A\cos B=2\sin C-\sin B$.

$2\sin A\cos B=2\sin(A+B)-\sin B$，

$2\sin A\cos B=2\sin A\cos B+2\cos A\sin B-\sin B$，即 $2\cos A\sin B=\sin B$.

又 $\sin B\neq 0$，故 $\cos A=\frac{1}{2}$.

所以 $A=\frac{\pi}{3}$.　…………6 分

（2）ΔABC 面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}(a+b+c)r$.

代入 $a=7$ 和 $A=\frac{\pi}{3}$，整理得：$bc=2(b+c)+14$.①

由余弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，得：$b^2+c^2-bc=49$.

即 $(b+c)^2-3bc=49$，代入①，得：$(\frac{bc-14}{2})^2-3bc=49$.

解得：$bc=40$.

所以 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=10\sqrt{3}$.　…………12 分

19.（12 分）解：

（1）由题意，第一组的频率/组距为：$\frac{1}{10}-m-0.04-0.025-0.01=0.025-m$.

样本平均数的估计值为：$10\times[(0.025-m)\times55+m\times65+0.04\times75+0.025\times85+0.01\times95]=74.5+100m$.

样本中位数的估计值为：$70+10\times\frac{0.05-0.025}{0.04}=76.25$.

所以 $74.5+100m=76.25$，解得：$m=0.0175$. …………6 分

（2）总的成绩优秀人数为：$200\times10\times(0.025+0.01)=70$.

得到列联表为：

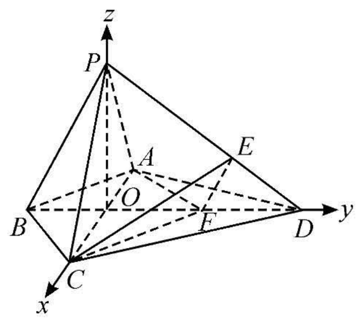
性别	测试成绩		合计
	优秀	不优秀	
男生	45	65	110
女生	25	65	90
合计	70	130	200

$\chi^2=\frac{200\times(45\times65-25\times65)^2}{110\times90\times70\times130}=\frac{2600}{693}\approx3.75<3.841$.

所以根据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，认为男生和女生的优秀率没有差异. …………12 分

20.（12 分）解：

（1）如图，连接 AC,BD 交于点 O，取 OD 中点 F，连接 EF,CF,AF.



由 $AB=CB$，$AD=CD$，所以 BD 垂直平分 AC.

由 $\angle ABO=45°$，且 $AB=\sqrt{2}$，

有 $AO=BO=CO=1$，　且 $DO=\sqrt{AD^2-AO^2}=2$.

所以 $\frac{BF}{FD}=\frac{PE}{ED}=2$，有 $EF\parallel PB$，

因为 $PB\subset$ 平面 PAB，$EF\not\subset$ 平面 PAB，所以 $EF\parallel$ 平面 PAB.

又点 O 平分线段 BF 和 AC，所以四边形 $ABCF$ 是平行四边形，

有 $CF\parallel AB$.

因为 $AB\subset$ 平面 PAB，$CF\not\subset$ 平面 PAB，所以 $CF\parallel$ 平面 PAB.

由 $EF\cap CF=F$，有平面 $CEF\parallel$ 平面 PAB.

又 $CE\subset$ 平面 CEF，所以直线 $CE\parallel$ 平面 PAB. …………6 分

（2）连接 PO，在 ΔPOB 和 ΔPOD 中，由 $\cos\angle POB=-\cos\angle POD$，

有 $\frac{PO^2+BO^2-PB^2}{2PO\cdot BO}=-\frac{PO^2+DO^2-PD^2}{2PO\cdot DO}$，即 $\frac{PO^2+1-5}{2PO}=-\frac{PO^2+4-8}{4PO}$.

解得：$PO=2$，满足 $PO^2+BO^2=PB^2$，所以 $PO\perp BD$.

又 $PA=PC$，所以 $PO\perp AC$，由 $AC\cap BD=O$，所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，满足 PO,CO,DO 两两垂直.

以 O 为原点，OC,OD,OP 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.

有 $P(0,0,2)$，$B(0,-1,0)$，$C(1,0,0)$，$E(0,\frac{4}{3},\frac{2}{3})$.

$\overrightarrow{BP}=(0,1,2)$，$\overrightarrow{CP}=(-1,0,2)$.

设平面 PBC 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，由 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BP}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CP}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}y+2z=0\\ -x+2z=0\end{cases}$，取 $\vec{n}=(2,-2,1)$.

又 $\overrightarrow{CE}=(-1,\frac{4}{3},\frac{2}{3})$，故所求角的正弦值为 $|\cos<\vec{n},\overrightarrow{CE}>|=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{CE}|}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{CE}|}=\frac{|-2-\frac{8}{3}+\frac{2}{3}|}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{\frac{29}{9}}}=\frac{4\sqrt{29}}{29}$.

所以直线 CE 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\frac{4\sqrt{29}}{29}$. …………12 分

21.（12 分）解：

（1）由题意，$|AB|=2a=4$，得：$a=2$.

离心率$e=\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，得：$b=1$.

所以椭圆E的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. …………3 分

（2）设$C(x_C,y_C)$，$D(x_D,y_D)$.

点$A(-2,0)$，直线AT的方程为$y=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{t+2}(x+2)$，即$x=2(t+2)y-2$.

与椭圆方程联立得：$(t^2+4t+5)y^2-2(t+2)y=0$，解得：$y_C=\dfrac{2(t+2)}{t^2+4t+5}$.

点$B(2,0)$，直线BT的方程为$x=2(t-2)y+2$.

与椭圆方程联立得：$(t^2-4t+5)y^2+2(t-2)y=0$，解得：$y_D=\dfrac{-2(t-2)}{t^2-4t+5}$.

三角形面积比$\dfrac{S_{\Delta CDT}}{S_{\Delta ABT}}=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot|CT|\cdot|DT|\cdot\sin\angle CTD}{\frac{1}{2}\cdot|AT|\cdot|BT|\cdot\sin\angle ATB}=\dfrac{|CT|}{|AT|}\cdot\dfrac{|DT|}{|BT|}$

$$=\frac{y_C-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-0}\cdot\frac{y_D-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-0}=(2y_C-1)(2y_D-1)$$

又因为$S_{\Delta ABT}=\dfrac{1}{2}\times4\times\dfrac{1}{2}=1$，

所以$S_{\Delta CDT}=(2y_C-1)(2y_D-1)=(\dfrac{4t+8}{t^2+4t+5}-1)(\dfrac{-4t+8}{t^2-4t+5}-1)=\dfrac{(t^2-3)^2}{(t^2+5)^2-16t^2}$.

由题意，$\dfrac{(t^2-3)^2}{(t^2+5)^2-16t^2}=\dfrac{1}{17}$，整理得$t^4-6t^2+8=0$，解得：$t^2=2$或$t^2=4$.

又由点T在椭圆内部，故$t^2=2$，即$t=\pm\sqrt{2}$. …………12 分

22.（12 分）解：

（1）$m=n=0$时，$f(x)=x^2e^x$.

$f'(x)=(x^2+2x)e^x=x(x+2)e^x$.

令$f'(x)=0$，得$x=-2$或$x=0$.

当$x<-2$或$x>0$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增；

当$-2<x<0$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减.

综上所述：$f(x)$在$(-\infty,-2)$和$(0,+\infty)$上单调递增，在$(-2,0)$单调递减. …………5 分

（2）$f'(x)=[x^2+(m+2)x+m+n]e^x$.

令$f'(x)=0$，得$x^2+(m+2)x+m+n=0$.

由题意，x_1,x_2是关于x的方程$x^2+(m+2)x+m+n=0$的两个实根.

所以$x_1+x_2=-(m+2)$，$x_1x_2=m+n$.

由${x_1}^2+(m+2)x_1+m+n=0$，有${x_1}^2=-(m+2)x_1-m-n$.

所以$f(x_1)=({x_1}^2+mx_1+n)e^{x_1}=(-2x_1-m)e^{x_1}$，将$m=-x_1-x_2-2$代入，

得$f(x_1)=(x_2-x_1+2)e^{x_1}$，同理可得：$f(x_2)=(x_1-x_2+2)e^{x_2}$.

所以$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{e^{x_2}-e^{x_1}}=\dfrac{(x_1-x_2+2)e^{x_2}-(x_2-x_1+2)e^{x_1}}{e^{x_2}-e^{x_1}}=-\dfrac{(x_2-x_1-2)e^{x_2-x_1}+(x_2-x_1+2)}{e^{x_2-x_1}-1}$.

令 $x_2-x_1=t(t>0)$，上式为 $-\dfrac{(t-2)e^t+(t+2)}{e^t-1}$.

设 $g(t)=-\dfrac{(t-2)e^t+(t+2)}{e^t-1}(t>0)$，此时 $g(t)=-\dfrac{t(e^t+1)}{e^t-1}+2$.

$g'(t)=-\dfrac{e^{2t}-2te^t-1}{(e^t-1)^2}$.

记 $h(t)=e^{2t}-2te^t-1$，$h'(t)=2e^t(e^t-t-1)$.

记 $\varphi(t)=e^t-t-1$，$t>0$ 时，$\varphi'(t)=e^t-1>0$，$\varphi(t)$ 单调递增，所以 $\varphi(t)>\varphi(0)=0$.

所以 $h'(t)>0$，$h(t)$ 单调递增，$h(t)>h(0)=0$.

所以 $g'(t)<0$，$g(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减.

又 $t^2=(x_2-x_1)^2=(x_2+x_1)^2-4x_1x_2=m^2-4n+4$.

此时 $t^2=(a+b+2)^2-4(a^2+b^2+2)+4=-3a^2-3b^2+2ab+4a+4b$.

$$t^2=-3a^2+(2b+4)a-3b^2+4b=-3(a-\frac{b+2}{3})^2-\frac{8}{3}b^2+\frac{16}{3}b+\frac{4}{3}$$
$$\le-\frac{8}{3}b^2+\frac{16}{3}b+\frac{4}{3}=-\frac{8}{3}(b-1)^2+4\le4.$$

当且仅当 $a-\dfrac{b+2}{3}=0$ 且 $b-1=0$，即 $a=b=1$ 时，t^2 取到最大值 4，即 t 的最大值为 2.

所以 $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{e^{x_2}-e^{x_1}}$ 的最小值为 $g(2)=\dfrac{-4}{e^2-1}$.　　…………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜
自主选拔在线

自主选拔在线 微信号：zizzsw
自主选拔在线 微信号：zizzsw
自主选拔在线 微信号：zizzsw
自主选拔在线 微信号：zizzsw