学校________ 班级________ 姓名________ 考号________

密 封 内 不 要 答 题

2022～2023 学年高三押题信息卷

文科数学(一)

注意事项:

1. 本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x||x|\leqslant 3\}$,$B=\{x\in \mathbf{Z}|y=\ln(x-1)\}$,则 $A\cap B=$

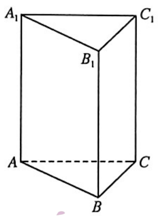
A. $\{-1,0\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{2,3\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 已知复数 z 满足 $3+\mathrm{i}z=2z$,则 $|(1-\mathrm{i})z|=$

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

3. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AA_1\perp$ 平面 ABC,$AB\perp BC$. 则下列两条直线中,不能确定互相垂直的是



A. AA_1 和 BC

B. AB_1 和 BC_1

C. A_1B 和 BC

D. AB 和 B_1C

4. 抛掷一枚骰子两次,第一次得到的点数记为 x,第二次得到的点数记为 y,则平面直角坐标系 xOy 中,点 (x,y) 到原点 O 的距离不大于 4 的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{7}{36}$

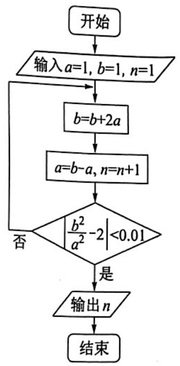
C. $\frac{2}{9}$　　D. $\frac{1}{4}$

5. 已知 $\tan(\alpha+\beta)$,$\tan(\alpha-\beta)$是方程 $x^2+5x+6=0$ 的两个根,则 $\tan 2\alpha=$

A. 1　　B. -1

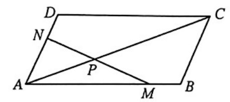
C. 2　　D. -2

6. 执行如图所示的程序框图,输出的 $n=$



A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

7. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,M,N 分别为边 AB,AD 上的点,且 $\overrightarrow{AM}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$,$AC,MN$ 交于点 P,若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AC}$,则 λ 的值为



A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{5}{7}$

C. $\frac{4}{11}$　　D. $\frac{8}{15}$

8. 已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F,直线 l 过点 F 与 C 交于 A,B 两点,若 $|AF|\cdot|BF|=\frac{25}{4}$,则直线 l 的斜率为

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$　　B. $\pm\frac{5}{4}$　　C. $\pm\frac{3}{2}$　　D. $\pm\frac{4}{3}$

9. 设 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的周期为 5 的奇函数,$f(3)=0$,则 $f(x)$在$[0,10]$内的零点个数最少是

A. 4　　B. 6　　C. 7　　D. 9

10. 日常生活中,我们定义一个食堂的菜品受欢迎程度为菜品新鲜度,其表达式为 $R=\frac{\sigma}{N}$,其中 R 的取值与在本窗口就餐人数有关,其函数关系式我们可简化为 $y=\frac{470}{1+8.6^{-5.75x}}$,其中 y 为就餐人数(本窗口),x 为餐品新鲜度 R,则当 $N=2$,$\sigma=2\ 000$ 时,y 近似等于$(8.6^{-5.75}\approx 4.23\times 10^{-6})$

A. 470　　B. 471

C. 423　　D. 432

11. 若关于 x 的方程 $\sin 2x+2\cos 2x=-2$ 在$[0,\pi)$内有两个不同的解 α,β,则$\cos(\alpha-\beta)$的值为

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2,$\angle BAD=60^{\circ}$,将$\triangle BCD$ 沿对角线 BD 翻折,使点 C 到点 P 处,且二面角 $A-BD-P$ 的平面角的余弦值为$-\frac{1}{3}$,则此时三棱锥 $P-ABD$ 的外接球与该三棱锥的体积的比值为

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$　　C. 4π　　D. $6\sqrt{2}\pi$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 椭圆 $\frac{y^2}{49}+\frac{x^2}{24}=1$ 与双曲线 $y^2-\frac{x^2}{24}=1$ 有公共点 P，则 P 与双曲线两焦点连线构成三角形的周长为__________.

14. 在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，满足 $\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{\sin C}{c}$，则 $\frac{\sin C}{\sin A\sin B}=$__________.

15. 已知 $f(x)=x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$ 在 $(0,1)$ 和 $(1,2)$ 上各有一个零点，则 $f(-1)$ 的取值范围是__________.

16. 若 $a>0,b>0$，且 $at+(b-2ea)\ln b\geqslant(b-2e\,a)\ln a$，则实数 t 的取值范围是__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

某手机商家为了更好地制定手机销售策略，随机对顾客进行了一次更换手机时间间隔的调查. 从更换手机的时间间隔不少于 3 个月且不超过 24 个月的顾客中选取 350 名作为调查对象，其中男性顾客和女性顾客的比值为 $\frac{3}{2}$，商家认为一年以内（含一年）更换手机为频繁更换手机，否则视为未频繁更换手机. 现按照性别采用分层抽样的方法随机抽取 105 人，并按性别分为两组，得到如下表所示的频数分布表：

时间间隔（月）	$[3,6]$	$(6,9]$	$(9,12]$	$(12,15]$	$(15,18]$	$(18,21]$	$(21,24]$
男性	x	8	9	19	12	8	4
女性	y	2	5	12	11	7	2

（1）计算表格中 x,y 的值；

（2）请根据频率分布表填写 2×2 列联表，并判断是否有 99% 以上的把握认为"频繁更换手机与性别有关"？

	频繁更换手机	未频繁更换手机	合计
男性顾客			
女性顾客			
合计			

附表及公式：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}，其中\ n=a+b+c+d.$$

18.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=2a_n-1$，$b_n=30-\log_2(S_n+1)$.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）定义 $a*b=\begin{cases}a,a>b,\\ b,a\leqslant b,\end{cases}$ 记 $c_n=a_n*b_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和 T_{20}.

19.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 2，圆 $x^2+y^2=4$ 与椭圆 C 恰有两个公共点.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）已知结论：若点 (x_0,y_0) 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 上一点，则椭圆在该点处的切线方程为 $\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$.

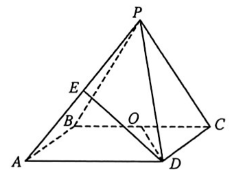
若椭圆 C 的短轴长小于 4，过点 $T(8,t)$ 作椭圆 C 的两条切线，切点分别为 A,B，求证：直线 AB 过定点.

20.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PBC\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是正方形，O,E 分别是 BC,PA 的中点，平面 α 经过点 O,D,E，且与棱 PB 交于点 F.

（1）试用所学知识确定 F 在棱 PB 上的位置；

（2）若 $PB=PC=CD=2$，求多面体 $POCDEF$ 的体积.



21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x-bx(a,b\in\mathbf{R},a\neq0)$.

（1）求证：曲线 $y=f(x)$ 仅有一条过原点的切线；

（2）若 $a=2b>0$ 时，关于 x 的方程 $f(x)=m-x^2$ 有唯一解，求实数 m 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t,\\ y=2\sqrt{3}+\sqrt{3}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=\frac{1}{\rho}+2\sqrt{3}\cos\theta$.

（1）求直线 l 的极坐标方程以及曲线 C 的参数方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 M,N 两点，求 $\frac{1}{|OM|^2}+\frac{1}{|ON|^2}$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

已知正实数 a,b 满足 $4a+b=ab$.

（1）求 $a+b$ 的最小值；

（2）当 $a+b$ 取得最小值时，不等式 $|x-a|+|x-b|\geqslant t^2-2t$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 t 的取值范围.