江西师大附中2023届高三三模考试数学（理）试卷

命题、审题人：　欧阳晔　吴小平　2023.5

一、选择题：本大题共12小题。每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $M=\{x|x^2-x-2\le 0\}$，$N=\{y\in Z|y=2-2^x\}$，则 $M\cap N=(\quad)$

A．ϕ　　B．$[-1,2)$　　C．$\{-1,0,1,2\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

2．已知复数 z 满足 $2z-i\cdot\overline{z}=1+4i$（$i$ 为虚数单位），则复数 z 的虚部为(　)

A．3　　B．$3i$　　C．$\dfrac{9}{5}$　　D．$\dfrac{9}{5}i$

3．若 a 为实数，则“$a=1$”是“直线 $l_1:ax+y+2=0$ 与 $l_2:x+ay-3-a=0$ 平行”的(　)条件

A．充分不必要　　B．必要不充分　　C．充要　　D．既不充分也不必要

4．下列说法：

①分类变量 A 与 B 的随机变量 K^2 越大，说明 A 与 B 相关的把握性越大;

②以模型 $y=ce^{kx}$ 去拟合一组数据时，为了求出回归方程，设 $z=\ln y$，将其变换后得到线性方程 $z=0.7x+5$，则 c，k 的值分别是 e^5 和 0.7;

③若随机变量 $X\sim N(1,4)$，且 $P(X>3)=0.16$，则 $P(-1<X<1)=0.34$. 以上正确的个数是（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

5．在 ΔABC 中，$AB=4, AC=6,\ \overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{NB}$，$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}=-4$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(\quad)$

A．2　　B．3　　C．6　　D．12

6．若 $(2x^2-\dfrac{1}{x})^n$ 的展开式中有且仅有第五项的二项式系数最大，则展开式中系数最大的是(　)

A．第二项　　B．第三项　　C．第四项　　D．第五项

7．已知 F 是双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点，$P(0,\sqrt{6}a)$，直线 PF 与双曲线 C 有且只有一个公共点，则双曲线 C 的离心率为(　)

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{6}$

8．已知数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=2n-1(n\in N^*)$，如果把数列 $\{a_n\}$ 的奇数项都去掉，余下的项依次排列构成新数列为 $\{b_n\}$，再把数列 $\{b_n\}$ 的奇数项又去掉，余下的项依次排列构成新数列为 $\{c_n\}$，如此继续下去，……，那么得到的数列（含原已知数列）的第一项按先后顺序排列，构成的数列记为 $\{P_n\}$，则数列 $\{P_n\}$ 前10项的和为(　)

A．1013　　B．1023　　C．2036　　D．2050

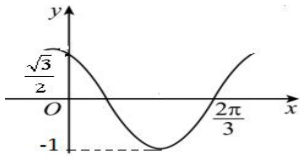
9．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2，E 为棱 CC_1 上的一点，且满足平面 $BDE\perp$ 平面 A_1BD，则平面 A_1BD 截四面体 $ABCE$ 的外接球所得截面的面积为(　)

A．$\dfrac{13}{6}\pi$　　B．$\dfrac{25}{12}\pi$　　C．$\dfrac{8}{3}\pi$　　D．$\dfrac{2}{3}\pi$

10．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 部分图像如下，它过 $(0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}),(\dfrac{2\pi}{3},0)$ 两点，将 $f(x)$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位得到 $g(x)$ 的图像，则下列关于 $g(x)$ 的成立的是(　)

A．图像关于 y 轴对称　　　B．图像关于 $(\frac{2}{3}\pi,0)$ 中心对称

C．在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增　　　D．在 $[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$ 最小值为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



11．艾溪湖大桥由于设计优美，已成为南昌市的一张城市名片。该大桥采用对称式外倾式拱桥结构，与桥面外伸的圆弧形人行步道相对应，寓意“张开双臂，拥抱蓝天”，也有人戏称：像一只展翅的蝴蝶在翩翩起舞（图 1）。其中像蝴蝶翅膀的叫桥的拱肋（俗称拱圈），外形是抛物线，最高点即抛物线的顶点在桥水平面的投影恰为劣弧 AB 的中点（图 2），拱圈在竖直平面内投影的高度为 45m，劣弧 AB 所在圆的半径为 50m，拱跨度 AB 为 $50\sqrt{2}$ m，桥面宽 BC 为 45m，则关于大桥两个拱圈所在平面夹角的余弦值，下列最接近的值是(　　)(已知 $5\sqrt{2}\approx 7$)


图 1

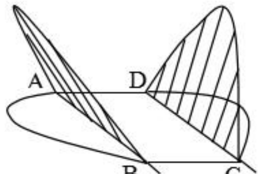


图 2

A．$\frac{4}{5}$　　　B．$\frac{16}{25}$　　　C．$\frac{3}{5}$　　　D．$\frac{12}{25}$

12．若不等式 $e^x+x(a\ln x-ax+e^2)\ge 0$ 在 $x>0$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围是(　)

A．$(-\infty,e]$　　　B．$(-\infty,e^2]$　　　C．$(-\infty,\frac{e}{2}]$　　　D．$(-\infty,\frac{e^2}{2}]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

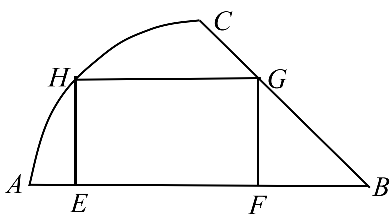
13．已知函数 $f(x)=\ln(e^x+1)-kx$ 是偶函数，$g(x)=\begin{cases}\log_2(x+7)(x\ge 0)\\ 2+kx\qquad (x<0)\end{cases}$，

则 $g(g(-2))=$__________.

14．已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}x-y+1\ge 0\\ 3x-y-5\le 0\\ x+3y+5\le 0\end{cases}$，则目标函数 $z=2x+y$ 的最大值为______.

15．城市地铁极大的方便了城市居民的出行，南昌地铁 1 号线是南昌市最早建成并成功运营的一条地铁线。已知 1 号地铁线的每辆列车有 6 节车厢，从 5 月 1 日起实行“夏季运行模式”，其中 2 节车厢开启强冷模式，2 节车厢开启中冷模式，2 节车厢开启弱冷模式。现在有甲、乙、丙 3 人同一时间同一地点乘坐同一趟地铁列车，由于个人原因，甲不选择强冷车厢，乙不选择弱冷车厢，丙没有限制，但他们都是独立而随机的选择一节车厢乘坐，则甲、乙、丙 3 人中恰有 2 人在同一车厢的概率为__________.

16．某城市有一块不规则的空地（如图），两条直边 AB=200m，$BC=100\sqrt{2}$ m，$\angle ABC=45^0$，曲边 AC 近似为抛物线的一部分，该抛物线的对称轴正好是直线 AB。该城市规划部门计划利用该空地建一座市民活动中心，该中心的基础建面是一个矩形 $EFGH$，EF 在边 AB 上，G 在边 BC 上，H 在曲边 AC 上，为使建面 $EFGH$ 最大，则 $\frac{BG}{BC}=$_______.



三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，满足 $S_nS_{n+1}=n(n+1)a_{n+1}$，且 $a_1=\dfrac{1}{2}$．

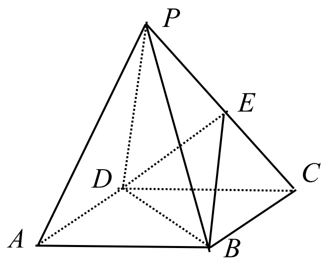
（1）求 S_n；

（2）若 $b_n=(2n+1){a_n}^2$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

18．（12 分）已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形，且 $AD=6$，$PA=PD=\sqrt{29}$，点 P 在底面上的射影在正方形 $ABCD$ 内，且 PA 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\dfrac{4}{\sqrt{13}}$．

（1）若 G、H 分别是 AD、BC 的中点，求证：点 P 在平面 $ABCD$ 内的射影 M 在线段 GH 上，并求出 $\dfrac{GM}{MH}$ 的值；

（2）若 E 是棱 PC 的中点，求二面角 $B-DE-C$ 的余弦值。



19．（12 分）足球运动的发展离不开足球文化与足球运动兴趣的培养。2022 年世界杯的开赛像春风一样吹暖了大地，某足球队的训练趁机搞得热火朝天。同时又开展“赢积分换奖励”的趣味活动：将球门分为 9 个区域（如图），在点球区将球踢中①、③、⑦、⑨号区域积 3 分，踢中②、④、⑥、⑧号区域积 2 分，踢中⑤号区域积 1 分，未踢中球门区域不积分。有甲乙两名球员踢中①、③、⑦、⑨号区域的概率都是 $\dfrac{1}{20}$，踢中②、④、⑥、⑧号区域的概率都是 $\dfrac{1}{10}$，踢中⑤号区域的概率为 $\dfrac{3}{10}$。

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦	⑧	⑨

（1）设甲连踢 3 球的积分和为 X，求 $X\geq 7$ 的概率；

（2）设甲乙各踢一球的积分和为 Y，求 Y 的分布列与期望值。

20．（12 分）已知 F_1, F_2 是椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点，以 F_1F_2 为直径的圆和椭圆 C 在第一象限的交点为 G，若三角形 GF_1F_2 的面积为 1，其内切圆的半径为 $2-\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）已知 A 是椭圆 C 的上顶点，过点 $P(-2,1)$ 的直线与椭圆 C 交于不同的两点 D，E，点 D 在第二象限，直线 AD、AE 分别与 x 轴交于 M，N，求四边形 $DMEN$ 面积的最大值.

21．（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{a}{x^2}, g(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

（1）若 $h(x)=f(x)+g(x)$ 在 $[\dfrac{1}{e}, e]$ 单调递增，求实数 a 的取值范围；

（2）若 $g(x)$ 的极值点为 x_0，设 $\varphi(x)=x[f(x)+g(x)]$，且 $\varphi(x_1)=\varphi(x_2)=3,(x_1\neq x_2)$

证明：$x_0x_1x_2<ae^3$.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分

22．（10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中，l 是过 $P(0,2)$ 且倾斜角为 α 的一条直线，又以坐标原点 O 为极点，x 的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{4}{\cos 2\theta}$.

（1）写出直线 l 的参数方程，并将曲线 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 在 y 轴的右侧有两个交点 D，E，过点 $F(2\sqrt{2},0)$ 作 l 的平行线，交 C 于 G，H 两点，求证：$\dfrac{|PD||PE|}{|FG||FH|}=2$.

23．（10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|2x+2|+|x-a|$.

（1）当 a =1 时，求不等式 $f(x)\leq 5$ 的解集；

（2）是否存在正数 a，使得 $f(x)$ 的图像与直线 y=6 所围成的四边形的面积等于 9，若存在，求出 a 的值，若不存在，请说明理由.