

机密★启用前(全国卷理科数学)

华大新高考联盟 2022 届高三 3 月教学质量测评

理科数学

本试题卷共 4 页,共 23 题(含选考题)。满分 150 分,考试用时 120 分钟

★ 祝考试顺利 ★

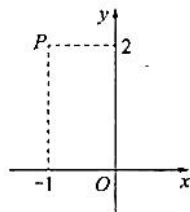
注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的学校、班级、姓名、准考证号填写在答题卷指定位置,认真核对与准考证号条形码上的信息是否一致,并将准考证号条形码粘贴在答题卷上的指定位置。
2. 选择题的作答:选出答案后,用 2B 铅笔把答题卷上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答在试题卷上无效。
3. 非选择题的作答:用黑色墨水的签字笔直接答在答题卷上的每题所对应的答题区域内。答在试题卷上或答题卷指定区域外无效。
4. 考试结束,监考人员将答题卷收回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 如图所示,在复平面内,复数 z 对应的点为 P ,则 $\frac{z}{4-5i} =$

- A. $-\frac{14}{41} + \frac{3}{41}i$ B. $\frac{14}{41} + \frac{3}{41}i$
 C. $\frac{14}{41} - \frac{3}{41}i$ D. $-\frac{14}{41} - \frac{3}{41}i$



第 1 题图

2. 设集合 $A = \{x | (x-3)(x-5) < 0\}$, $B = \{x | m < x < 7\}$,若 $A \cup B = \{x | 3 < x < 7\}$,则实数 m 的取值范围为

- A. $(3, 5]$ B. $[3, 5]$ C. $(3, 5)$ D. $[3, 5)$

3. 函数 $f(x) = |4-x| \cdot (x-1)$ 在() 单调递增.

- A. $(\frac{5}{2}, 5)$ B. $(3, 4)$ C. $(-\infty, 3)$ D. $(5, +\infty)$

4. 已知 l, m, n 是空间中三条不同的直线, α, β 是空间中两个不同的平面,则下列说法正确的是()

- A. 若 $l \subset \alpha, m \subset \alpha, l \perp n, m \perp n$,则 $n \perp \alpha$
 B. 若 $\alpha \parallel \beta, l \perp \alpha, l \perp m, m \not\subset \alpha$,则 $m \parallel \beta$
 C. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, m \subset \alpha, n \parallel \beta, m \perp l$,则 $m \perp n$
 D. 若 $l \perp \alpha, m \perp \beta, \alpha \perp \beta, n \parallel l$,则 $m \parallel n$

5. 已知平面向量 a, b, c 满足, $b \perp c, |b| = |c| = 2$,若 $a \cdot b = a \cdot c = 8$,则 $|a| =$

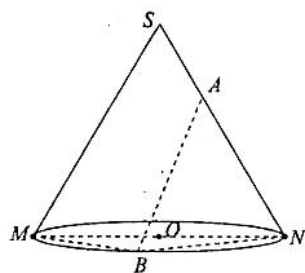
- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $4\sqrt{2}$ D. 8

数学试题(全国卷理科数学) 第 1 页(共 4 页)

版权声明:本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物,版权所有,盗版必究。

6. 如图所示,圆锥 SO 的轴截面 SMN 是等边三角形,点 A 是线段 SN 上靠近 S 的三等分点,点 B 在底面圆上,且 $BM=BN$,则直线 SM,AB 夹角的余弦值为

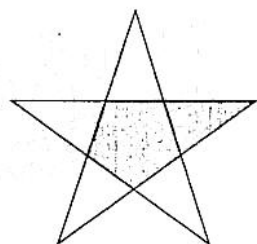
- A. $\frac{\sqrt{22}}{22}$ B. $\frac{7\sqrt{22}}{44}$
C. $\frac{7\sqrt{11}}{44}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{22}$



第 6 题图

7. “黄金三角形”是几何历史上的瑰宝,它有两种类型,其中一种是顶角为 36° 的等腰三角形,暂且称为“黄金三角形 A”. 如图所示,已知五角星是由 5 个“黄金三角形 A”与 1 个正五边形组成,其中 $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$,则往五角星内投掷一点,该点落在阴影区域内的概率为

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
C. $\frac{\sqrt{5}+1}{6}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{20}$



第 7 题图

8. 十二平均律是我国明代音乐理论家和数学家朱载堉发明的. 明万历十二年(公元 1584 年),他写成《律学新说》,提出了十二平均律的理论. 十二平均律的数学意义是:在 1 和 2 之间插入 11 个数,使包含 1 和 2 的这 13 个数依次成递增的等比数列,记插入的 11 个数之和为 M ,插入 11 个数后这 13 个数之和为 N ,则依此规则,下列说法错误的是

- A. 插入的第 8 个数为 $\sqrt[3]{4}$ B. 插入的第 5 个数是插入的第 1 个数的 $\sqrt[3]{2}$ 倍
C. $M > 3$ D. $N < 7$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2, O 为坐标原点,双曲线 C 的一条渐近线与圆 $A: (x-a)^2 + y^2 = b^2$ 交于 P, Q 两点,若 $\overrightarrow{F_1P} + \overrightarrow{F_1O} = 2\overrightarrow{F_1Q}$,则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x) = \sin(\cos x) + \cos x$, 现有如下说法:

- ① 直线 $x = \pi$ 为函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴;
② 函数 $f(x)$ 在 $[\pi, 2\pi]$ 上单调递增;
③ $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 1 + \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

则上述说法正确的个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x + 4m, & x > 0, \\ 2 - \log_m(x+1), & -1 < x \leq 0, \end{cases}$ 若 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$, 且 $g(x) = f(x) - x - 2$ 仅有 1 个零点,则实数 m 的取值范围为

- A. $[\frac{1}{4}, \frac{1}{e})$ B. $[\frac{1}{4}, \frac{1}{e}]$ C. $[\frac{1}{e}, 1)$ D. $(\frac{1}{e}, 1)$

数学试题(全国卷理科数学) 第 2 页(共 4 页)

版权声明:本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物,版权所有,盗版必究。

12. 已知正三棱锥 $S-ABC$ 的底面边长为 $\sqrt{2}$, 外接球表面积为 3π , $SA < \sqrt{2}$, 点 M, N 分别是线段 AB, AC 的中点, 点 P, Q 分别是线段 SN 和平面 SCM 上的动点, 则 $AP+PQ$ 的最小值为

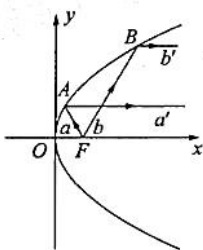
- A. $\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x-y \leq 6, \\ x-2y \geq 0, \\ y+2 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为_____.

14. $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}})^8$ 的展开式中 $x^{-\frac{3}{2}}$ 项的系数为_____.

15. 抛物线具有以下光学性质: 从焦点发出的光线经抛物线反射后平行于抛物线的对称轴. 该性质在实际生产中应用非常广泛. 如图所示, 从抛物线 $C: y^2=2px (p>0)$ 的焦点 F 向 y 轴正方向发出的两条光线 a, b 分别经抛物线上的 A, B 两点反射, 已知两条入射光线与 x 轴所成锐角均为 60° , 且 $|FA|+|FB|=\frac{32}{3}$, 则 $p=$ _____.



第 15 题图

16. 已知首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $nS_{n+1} = (n+2)S_n$, 数列 $\left\{\frac{a_{n+2}}{2^{n+1}a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若 $T_n + (-1)^{n+1} \cdot \lambda > 0$, 且 $\lambda \in \mathbf{Z}$, 则 $\lambda =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 5 小题, 每小题 12 分, 共 60 分.

17. (12 分)

2021 年 11 月 7 日, 在《英雄联盟》S11 的总决赛中, 中国电子竞技俱乐部 EDG 完成逆转, 斩获冠军, 在中国掀起了新一波电子竞技的热潮. 为了调查 A 地 25 岁以下的年轻人的性别与对电子竞技的爱好程度是否具有相关性, 研究人员随机抽取了 500 人进行调查, 所得数据统计如下表所示:

	热爱电子竞技	对电子竞技无感
男性	200	50
女性	100	

(1) 判断是否有 99.9% 的把握认为 A 地 25 岁以下的年轻人的性别与对电子竞技的爱好程度有关?

(2) 若按照性别进行分层抽样的方法, 从被调查的热爱电子竞技的年轻人中随机抽取 15 人, 再从这 15 人中任取 3 人, 记抽到的男性人数为 X , 求 X 的分布列以及数学期望 $E(X)$.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

数学试题(全国卷理科数学) 第 3 页(共 4 页)

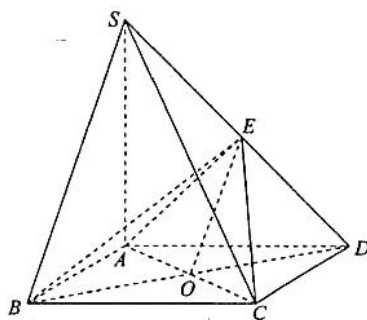
版权声明: 本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物, 版权所有, 盗版必究。

18. (12分)

如图所示,四棱锥 $S-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为矩形, AC 与 BD 交于点 O ,点 E 在线段 SD 上,且 $OE \parallel$ 平面 SAB ,二面角 $SAB-C, SAD-C$ 均为直二面角.

(1)求证: $SE=DE$;

(2)若 $SA=AD=2$,且钝二面角 $A-BE-C$ 的余弦值为 $-\frac{3\sqrt{20}}{20}$,求 AB 的值.



第 18 题图

19. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $\sin C = \sqrt{2} \sin B, C = 2A, c = 2$.

(1)求证: $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形;

(2)已知点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部,且 $PB=PC, PA=AC$,求 $\cos \angle PAB$.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$,且过点 $(-1, \frac{3}{2})$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)过点 $(0, 1)$ 且斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点,且 $G(x_G, t) (t > \sqrt{3})$,若 $NG \perp x$ 轴,求证:存在实数 t ,使得直线 MG 过 y 轴上的定点.

21. (12分)

完成下列问题:

(1)已知函数 $f(x) = 2e^x - x \cos x - \sin x, x \in [0, \pi]$,求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2)若关于 x 的方程 $m x \sin x + x = e^x - 1 (x \in [0, \pi])$ 有两个实数根,求实数 m 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10分)

已知平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \varphi, \\ y = 1 + \sin \varphi \end{cases}$ (其中 φ 为参数, $\varphi \in (0, \pi)$),直线 l 的

参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = -2 + t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, α 为锐角);以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, $A(1, \frac{\pi}{2})$.

(1)求曲线 C 的极坐标方程以及直线 l 的普通方程;

(2)记直线 l 与 x, y 轴的交点分别为 M, N ,点 P 在曲线 C 上,直线 AP 的倾斜角为 2α ,若 $S_{\triangle MNP} = 4$,求 α 的值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |3x+6| + |x-4|$ 的最小值为 λ ,

(1)求不等式 $f(x) \geq 10$ 的解集;

(2)若正数 m, n, p 满足 $6m+3n+2p=\lambda$,判断是否存在 $m, n \in (0, +\infty)$,使得 $16^m = 4$,若存在,请给出一组 m, n 的值,若不存在,请说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

