

信阳高中 2022 届高三年级 文科数学

考试时间：2021 年 8 月 14 号下午 2:20-4:20

一、单选题（每小题 5 分，共 60 分）

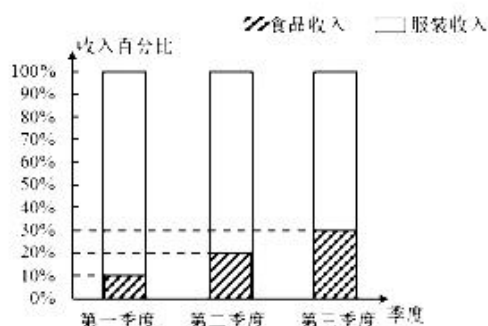
1. 若集合 $A = \{x | x^2 - 2x \leq 0\}$ ，集合 B 满足 $A \cup B = A$ ，则 B 可以为（ ）

- A. $\{x | x \leq 2\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 设复数 $z = |\sqrt{3} + i| - i^{2021}$ ，则在复平面内 z 对应的点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. “直播电商”已经成为当前经济发展的新增长点.某电商平台的直播间主要经营食品和服装两大类商品.2020 年前三个季度，该直播间每个季度的收入都比上一季度翻了一番，整理前三季度的收入情况如图所示，则下列说法错误的是（ ）

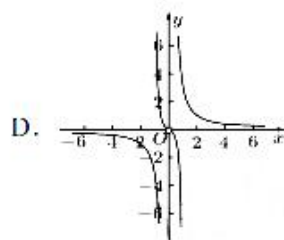
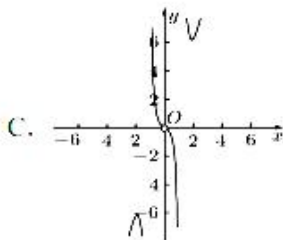
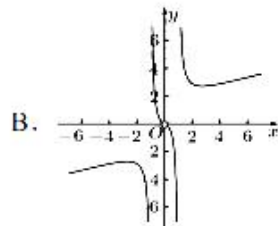
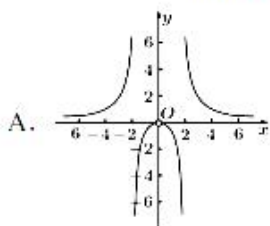


- A. 该直播间第三季度的总收入是第一季度的 4 倍
B. 该直播间第三季度的服装收入比第一季度和第二季度的服装总收入还要多

C. 该直播间第二季度的食品收入是第三季度食品收入的 $\frac{1}{3}$

D. 该直播间第一季度的食品收入是第三季度食品收入的 $\frac{1}{6}$

4. 函数 $f(x) = \frac{x}{\ln|x|}$ 的图象大致为（ ）



5. “ $-4 < k < 10$ ”是“方程 $\frac{x^2}{k-4} + \frac{y^2}{10-k} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知函数 $f(x) = \sin x - x$, 设 $a = f(\pi^{0.1}), b = f(0.1^\pi), c = f(\log_{0.1} \pi)$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$ C. $c > b > a$ D. $b > a > c$

7. 已知数据 $x_1, x_2, \dots, x_{2000}$ 的方差为 4, 若 $y_i = 2x_i (i = 1, 2, \dots, 2000)$, 则新数据 $y_1, y_2, \dots, y_{2000}$ 的方差为 ()

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

8. 已知函数 $f(x) = me^{x-2} + n$ 的图象恒过点 (2, 1), 若对于任意的正数 m, n , 不等式 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n} \geq A$ 恒成立, 则实数 A 的最大值为 ()

- A. 9 B. $3 + 2\sqrt{2}$ C. 7 D. $4\sqrt{2}$

9. 若各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 4a_n, a_1 a_5 = 256$, 则使得不等式 $4^n < 133(1 + \sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \dots + \sqrt{a_n})$ 成立的最大正整数 n 的值为 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. 在钝角三角形 ABC 中, $\overline{AB} = (1, \sqrt{3}), |\overline{AC}| = 1, S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 D 为 BC 的中点, 则 $|\overline{AD}| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

11. 在 ΔABC 中, $AC = 2\sqrt{3}$, 顶点 B 在以 AC 为直径的圆上, 点 P 在平面 ABC 上的射影为 AC 的中点, $PA = 2$, 则其外接球的表面积为 ()

- A. 12π B. $\frac{16}{3}\pi$ C. $\frac{9}{4}\pi$ D. 16π

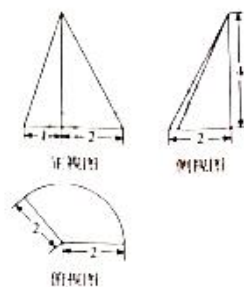
12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 4x, & 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{2}f(x+2), & x < 0 \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - kx + k$ 在区间 $[-2, 1]$ 上有 3 个不同的零点,

则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(-4 - 2\sqrt{3}, 0)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-4 + 2\sqrt{3}, 0)$ D. $(-\frac{1}{2}, 0)$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 _____.



14. 从古至今, 文学与数学都有着密切的联系. 一首诗从末尾一字读至开头一字另成一首新诗, 称之为“通体回文诗”. 数学中也有类似的情况: 对一个整数 $n (n > 10)$ 从左向右和从右向左读其结果都是质数, 可以称它为“通体质数”. 若在闭区间 $[10, 30]$ 中, 任取一个整数, 则此整数是“通体质数”的概率为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \sin 2x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + a$ 同时满足下述性质: ①若对于任意的

$x_1, x_2, x_3 \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right], f(x_1) + f(x_2) \geq f(x_3)$ 恒成立; ② $f\left(\frac{\pi}{6}\right) \leq \sqrt{3} - a^2$, 则 a 的值为 _____.

16. 一动圆截直线 $3x - y = 0$ 和 $3x + y = 0$ 所得弦长分别为 8, 4, 则该动圆圆心的轨迹 _____.

三、解答题

17. (本小题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列, $a_1 = \frac{1}{2}$, 且满足 a_4 是 a_2 与 a_8 的等比中项.

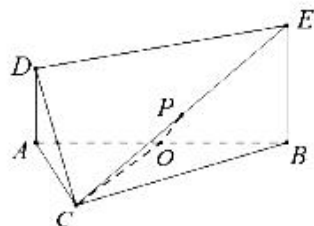
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和.

18. (本小题满分 12 分) 如图, $DA \perp$ 平面 ABC , $DA = AC = 1$, O 是 AB 的中点, $\triangle ACO$ 为等边三角形.

(1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 BCE ;

(2) 若 $AD \parallel BE$, P 为 CE 的中点, Q 为线段 OP 上的动点, 判断三棱锥 $Q-ACD$ 的体积是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 说明理由.



19. (本小题满分 12 分) 电子烟是一种模仿卷烟的电子产品, 有害公共健康. 为研究吸食电子烟是否会引发肺部疾病, 某医疗机构随机抽取了 100 人进行调查, 吸电子烟与不吸电子烟的比例为 1:3, 整理数据得到下表:

	感染肺部疾病	未感染肺部疾病	总计
吸电子烟	15		
不吸电子烟		50	
总计			

(1) 完成 2×2 列联表, 在犯错误的概率不超过 5% 的前提下, 能否认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关?

(2) 为进一步调查分析电子烟中诱发肺部疾病的成分因素, 在感染肺部疾病的被调查人中, 按照吸电子烟和不吸电子烟这两大类别, 采用分层抽样的方法抽取 8 人, 从这 8 个人中任取 2 人进行血液、痰液等相关医学检查, 求这两个人来自同一类别的概率.

参考公式及数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

20. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \sin x - ae^{x-1}$ ($a \in \mathbb{R}$).

- (1) 定义 $f(x)$ 的导函数为 $f^{(1)}(x)$, $f^{(1)}(x)$ 的导函数为 $f^{(2)}(x)$, \dots , 以此类推, 若 $f^{(2020)}(1) = \sin 1$, 求函数 $f\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的单调区间;
- (2) 若 $a \geq 1$, $x \geq 0$, 证明: $f(x) < 0$.

21. (本小题满分 12 分) 已知抛物线 $C: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 且 F 与圆 $M: x^2 + (y+4)^2 = 1$ 上点的距离的最小值为 4.

- (1) 求 p ;
- (2) 若点 P 在 M 上, PA, PB 是 C 的两条切线, A, B 是切点, 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

22. (本小题满分 10 分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = mt^2 \\ y = mt \end{cases}$ ($m \neq 0$, t 为参数), 以

坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (1) 求直线 l 的直角坐标方程;
- (2) 若直线 l 经过曲线 C 的焦点 T , 且与曲线 C 交于 M, N 两点, 求 $|TM| \cdot |TN|$.

23. (本小题满分 10 分) 已知函数 $f(x) = |x-1|$.

- (1) 求不等式 $f(x) + f(2x+4) \leq 1$ 的解集;
- (2) 当 $x < -1$ 时, $f(ax) + f(-x) + x > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线