

秘密★启用前

自贡市普高 2023 届第三次诊断性考试

数学试题 (文史类)

本试卷共 6 页, 23 题(含选考题), 全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

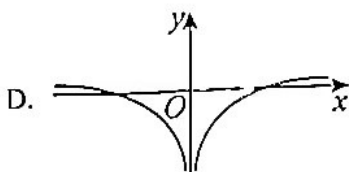
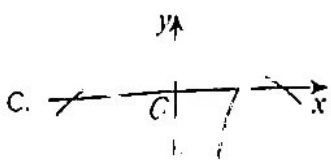
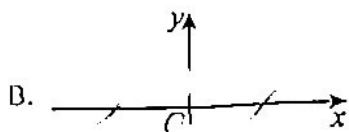
1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 选考题的作答: 先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑. 答案写在答题卡上对应的答题区域内, 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是最符合题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $(z-1)(1+i)=2-2i$, 则 $|z|=(\quad)$
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 5 D. $\sqrt{5}$
2. 已知集合 $A=\{x|(x-1)(x-2)=0\}$, 集合 $B=\{x \in \mathbb{R} | (2x-1)^2 \leq 9\}$, 则 $A \cup B=(\quad)$
A. $\{-1, 2\}$ B. $[1, 2]$ C. $[-1, 2]$ D. \mathbb{R}
3. 已知 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最小值为 (\quad)
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
4. 一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的方差为 $\frac{1}{2}$, 则 $2x_1-1, 2x_2-1, 2x_3-1, 2x_4-1, 2x_5-1$ 的方差为 (\quad)
A. 2 B. 3 C. 4 D. $\frac{1}{2}$

高 2023 届三诊数学试题(文史类) 第 1 页 共 6 页

5. 函数 $f(x) = \frac{x|\ln x|}{e^x - e^{-x}}$ 的图象大致是()



6. 等比数列 $\{a_n\}$ 公比为 $q (q \neq 1)$, 若 $T_n = a_1 a_2 a_3 \dots a_n (n \in \mathbb{N}^*)$, 则“数列 $\{T_n\}$ 为递增数列”是“ $a_1 > 0$ 且 $q > 1$ ”的()

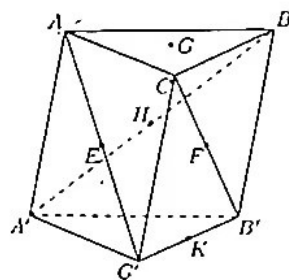
A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分又不必要条件

7. 如图, 在三棱柱 $ABC - A'B'C'$ 中, 点 E, F, H, K 分别为 $AC', CB', A'B, B'C'$ 的中点, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 从 K, H, G, B' 中取一点作为 P 使得该棱柱恰有 2 条棱与平面 PEF 平行, 则 P 为()



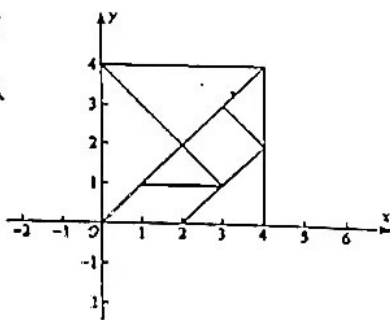
A. K

B. H

C. B'

D. G

8. 七巧板是一种古老的中国传统智力玩具. 如图, 边长为 4 的七巧板左下角为坐标原点, 其中十个顶点的横、纵坐标均为整数. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + b$ 的图象最多能经过()个顶点.



A. 3

B. 5

C. 7

D. 9

9. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差为 d , 若 $S_{10} < 0, S_{11} > 0$, 则下列四个命题正确个数为()

① S_5 为 S_n 的最小值

② $a_6 > 0$

③ $a_1 < 0, d > 0$

④ S_6 为 S_n 的最小值

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

10. 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, O 为坐标原点, 过点 F 且斜率为 1 的直线 l 交抛物线 C 于 A, B 两点, 则直线 OA, OB 的斜率之和为 ()
- A. -2 B. $-2P$ C. -4 D. -

11. 设函数 $f(x) = \frac{3^{x-2} + 3^{-x+2}}{m} + x^2 - 4x$ 有唯一的零点, 则实数 m 为 ()
- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$

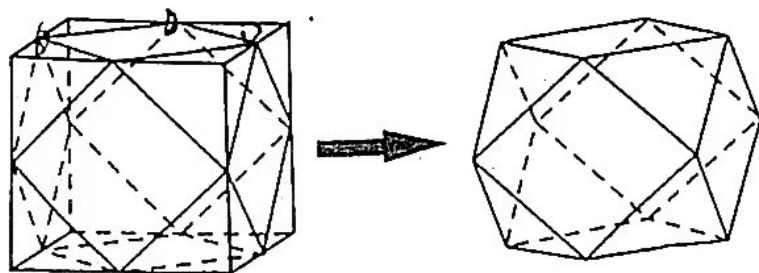
12. 设 $a = \sin 0.2, b = 0.2 - \frac{0.2^3}{6}, c = \ln 1.2$, 则 ()
- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $a > c > b$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 \vec{a}, \vec{b} 是不平行的两个单位向量, 则 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夹角为 _____.

14. 已知 $\tan \alpha = 3$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

15. 半正多面体亦称“阿基米德体”, 是以边数不全相同的正多边形为面的多面体. 如图, 将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥, 如此共可截去八个三棱锥, 得到一个有十四个面的半正多面体, 它的各棱长都相等, 其中八个面为正三角形, 六个面为正方形, 称这样的半正多面体为二十四等边体. 若该二十四等边体的体积为 $\frac{20}{3}$, 则原正方体的外接球的表面积为 _____.



16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 A , 与另一条渐近线交于 B 点, 则 $\triangle AOB$ 的内切圆的半径为 _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：(本大题共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分)

17. (本小题满分 12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$ 。

(1) 求 A ；

(2) 若 BC 上的高 $AD = \frac{\sqrt{3}}{4}a$ ，求 $\cos B \cos C$ 。

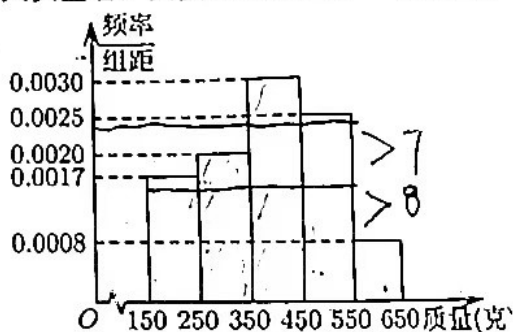
18. (本小题满分 12 分)

九洪的西瓜脆甜爽口，汁多肉厚，在川南地区久负盛名，其实在九洪还有一种香瓜也非常好吃，由于个小产量也少，往往供不应求，所以不被大家熟悉。九洪某种植园在香瓜成熟时，随机从一些香瓜藤上摘下 100 个香瓜，称得其质量

分别在 $[150, 250), [250, 350), [350, 450), [450, 550),$

$[550, 650)$ (单位：克) 中，经统计绘制频率分布

直方图如图所示：



(1) 估计这组数据的平均数；

(2) 在样本中，按分层抽样从质量在 $[250, 350), [350, 450)$ 中的香瓜中随机抽取 5 个，再从这 5 个中随机抽取 2 个，求这 2 个香瓜都来自同一个质量区间的概率；

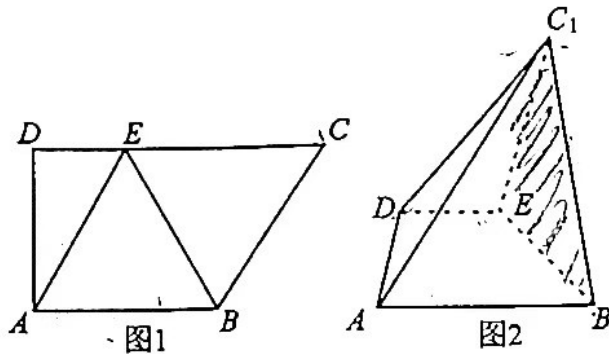
(3) 某个体经销商来收购香瓜，同一组中的数据以这组数据所在区间的中点值作代表，用样本估计总体，该种植园中大概共有香瓜 20000 个，经销商提出以下两种收购方案：

方案①：所有香瓜以 10 元/千克收购；方案②：对质量低于 350 克的香瓜以 3 元/个收购，对质量高于或等于 350 克的香瓜以 5 元/个收购。请通过计算确定种植园选择哪种方案获利更多？

19. (本小题满分 12 分)

图 1 是直角梯形 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $\angle D = 90^\circ$, $AB = 2$, $DC = 3$, $AD = \sqrt{3}$, $\overline{CE} = 2\overline{ED}$,

以 BE 为折痕将 $\triangle BCE$ 折起, 使点 C 到达 C_1 的位置, 且 $AC_1 = \sqrt{6}$, 如图 2.



(1) 证明: 平面 $BC_1E \perp$ 平面 $ABED$;

(2) 求点 D 到平面 BC_1E 的距离.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x-2)e^x + x + 2$ (e 为自然对数底数).

(1) 判断 $x \in [0, \infty)$, $f(x)$ 的单调性并说明理由;

(2) 证明: 对 $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\ln \sqrt{n+1} > \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n+1}$.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 设 $A(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{1}{2}), B(-\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{1}{2})$,

$P(0, 2)$, 其中 A, B 两点在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 P 的直线交椭圆 C 于 M, N 两点 (M 在线段 AB 上方), 在 AN 上取一点 H , 连接 MH 交线段 AB 于 T , 若 T 为 MH 的中点, 证明: 直线 MH 的斜率为定值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 \cos \varphi \\ y = 3 \sin \varphi + 3 \end{cases}$ (φ 为参数), 以坐标原点

O 为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) = 2$.

(1) 写出 C_1 的极坐标方程和 C_2 的普通方程;

(2) 设射线 $OP: \theta = \frac{5\pi}{6}$ 与 C_1, C_2 的交点分别为 M, N , 求 $|MN|$ 的值.

23. 已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (-1, 1)$ 时, 不等式 $f(x) < x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线