

高三文科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：集合与常用逻辑用语，函数，导数及其应用，三角函数与解三角形，平面向量，复数，数列，不等式，推理与证明，立体几何，直线与圆，圆锥曲线。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | \log_2(3-x) \leq 2\}$, $B = \{-1, 0, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
B. $\{-1, 0, 2, 3\}$
C. $\{0, 2, 3\}$
D. $\{-1, 0, 2\}$
2. 已知复数 $z = \frac{5+12i}{8+6i}$, 则 $|z| =$
A. $\frac{15}{13}$
B. $\frac{17}{14}$
C. $\frac{13}{10}$
D. $\frac{13\sqrt{7}}{20}$
3. “直线 l 与双曲线 C 有且仅有一个公共点”是“直线 l 与双曲线 C 相切”的
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
4. 已知向量 a, b 满足 $|a| = \sqrt{3}$, $|b| = 1$, $|a+b| = 2$, 则 a 与 b 的夹角为
A. $\frac{\pi}{6}$
B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{3}$
D. $\frac{\pi}{2}$
5. 我国古代历法从东汉的《四分历》开始，就有各节气初日晷影长度和太阳去极度的观测记录，漏刻、晷影成为古代历法的重要计算项目。唐代僧一行在编制《大衍历》时发明了求任何地方每日晷影长和去极度的计算方法——“九服晷影法”，建立了晷影长 l 与太阳天顶距 θ 之间的对应数表（世界上最早的正切函数表）。根据三角学知识知：晷影长 l 等于表高 h 与天顶距 θ 正切值的乘积，即 $l = h \tan \theta$ 。若对同一表高进行两次测量，测得晷影长分别是表高的 2 倍和 3 倍，记对应的天顶距分别为 θ_1 和 θ_2 ，则 $\tan(\theta_1 - \theta_2) =$
A. -1
B. $-\frac{1}{7}$
C. $\frac{1}{3}$
D. 1
6. 已知直线 $l_1: x - 2y - 1 = 0$, $l_2: 2x + my + 2\sqrt{5} - 2 = 0$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 l_1 与 l_2 间的距离为
A. 1
B. 2
C. $\frac{5-2\sqrt{5}}{5}$
D. $\frac{5+2\sqrt{5}}{5}$

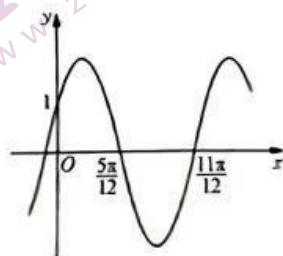
【高三 12 月质量检测·文科数学 第 1 页(共 4 页)】

7. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, F 为 C 的下焦点, O 为坐标原点, l_1 是 C 的斜率大于 0 的渐近线, 过 F 作斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线 l 交 l_1 于点 A , 交 x 轴的正半轴于点 B , 若 $|OA| = |OB|$, 则 C 的离心率为

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

8. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x) =$

- A. $2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$
B. $2\sin(x + \frac{\pi}{6})$
C. $2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$
D. $\cos 2x$



9. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, C 过 $A(-2, 0)$ 和 $B(0, 1)$ 两点, 点 P 在线段 AB 上, 则 $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2$ 的取值范围为

- A. $[-\frac{11}{5}, +\infty)$ B. $[1, \frac{37}{5}]$ C. $[-2, 1]$ D. $[-\frac{11}{5}, 1]$

10. 若直线 $l: y = \frac{1}{2}x + m$ 与曲线 $C: \frac{x|x|}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 有两个公共点, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(-2\sqrt{2}, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$ B. $(0, 2\sqrt{2})$
C. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ D. $(0, 2)$

11. 在四面体 $ABCD$ 中, $AB \perp AC, AB \perp BD$, 异面直线 AC 与 BD 所成的角为 30° , 二面角 $C-AB-D$ 为锐二面角, $AB=4, AC=5, BD=3$, 则四面体 $ABCD$ 的体积为

- A. $2\sqrt{34-15\sqrt{3}}$ B. 3
C. 5 D. 10

12. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足: ① $\forall x > 0, f(x) < 0$; ② 对任意正数 x, y , 当 $x < y$ 时, $yf(x) > xf(y)$ 恒成立. 若 $a = f(\sin 0.1) \sin 0.1, b = \frac{f(0.1)}{10}, c = f(\tan 0.1) \tan 0.1$, 则

- A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

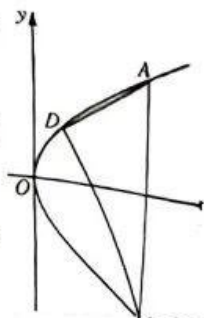
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ 3x+2y \geq 6, \\ x-y \leq 2, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 _____.

14. 若直线 l 过点 $(2, 1)$ 且与圆 $C: (x+1)^2 + y^2 = 9$ 相切, 则直线 l 的方程为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = 4\sin x \cos x + \tan x - 1$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{4}, f(\frac{\pi}{4}))$ 处的切线方程为 _____.

16. 如图, 直线 $x = t$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点, D 为 C 上异于 A, B 的一点, 若 $AD \perp BD$, 则点 D 到直线 $x = t$ 的距离与 p 的比值为 _____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $a \sin A - c \sin C = (b - c) \sin B$ 。

(1) 求 A 的大小；

(2) 若 $a = 3$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

18. (本小题满分 12 分)

在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 外作等边 $\triangle BCE$ (如图 1)，将 $\triangle BCE$ 沿 BC 折起到 $\triangle PBC$ 的位置，使得 $PA = 2\sqrt{2}$ (如图 2)。

(1) 求证：平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 若 F, M 分别为线段 BC, PD 的中点，求点 P 到平面 AFM 的距离。

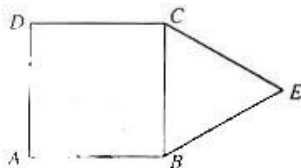


图1

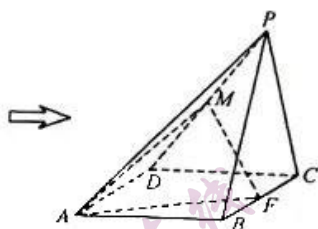


图2

19. (本小题满分 12 分)

已知直线 $l_1: x - ay + 2 = 0$, $l_2: ax + y - 2a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$)，若 l_1 与 l_2 的交点 P 的轨迹为曲线 C 。

(1) 求曲线 C 的方程；

(2) 若圆 $E: x^2 + y^2 - 2mx - 2ny = 0$ 的圆心在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上，且与曲线 C 相交所得公共弦 MN 的长为 $2\sqrt{3}$ ，求 m, n 的值。

20. (本小题满分 12 分)

在正项数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, \forall n \geq 2, a_1 + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{2n-3} = \frac{a_n - 1}{2}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式; 来源: 高三答案公众号

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1, b_2 = a_2 - 1$, 且 $\ln b_n + \ln b_{n+2} = 2 \ln b_{n+1}$. 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n . 证明: $T_n \cdot T_{n+2} < T_{n+1}^2$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ae^x}{x} - \frac{1}{x} - \ln x (a \in \mathbb{R})$.

(1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

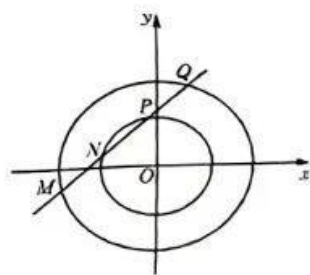
(2) 若对 $\forall x > 1, f(x) \leq 1 - x + \frac{1}{x}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 上顶点为 A , 且 $|F_1 F_2| = 2, \angle A F_1 F_2 = 60^\circ$.

(1) 求 C 的方程; 来源: 高三答案公众号

(2) 若椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \lambda (\lambda > 0 \text{ 且 } \lambda \neq 1)$, 则称 E 为 C 的 λ 倍相似椭圆. 如图, 已知 E 是 C 的 3 倍相似椭圆, 直线 $l: y = kx + m$ 与两椭圆 C, E 交于 4 点 (依次为 M, N, P, Q , 如图), 且 $|MN| = |NP|$, 证明: 点 $T(k, m)$ 在定曲线上.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线