2022 学年第二学期浙江七彩阳光联盟期中联考

高一年级数学学科参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	A	A	B	D	D	C

二、选择题

题号	9	10	11	12
答案	ABD	ABC	ABD	BC

三、填空题

13、$\frac{1}{2}$；　　14、$-\frac{1}{2}$；　　15、$\sqrt{2+\sqrt{2}}$；　　16、$\frac{\sqrt{21}}{2}$

四、解答题

17（10 分）

（1）$\frac{3\sin\alpha-4\cos\alpha}{\cos\alpha+2\sin\alpha}=\frac{3\tan\alpha-4}{1+2\tan\alpha}$ ....3 分

$=\frac{3\times2-4}{1+2\times2}=\frac{2}{5}$ ....5 分

（2）$\frac{1}{2-\sqrt{3}}-(3\frac{3}{8})^{\frac{1}{3}}+\lg\sqrt{2}+\frac{1}{2}\lg5-2^{\frac{1}{2}\log_2 3}=2+\sqrt{3}-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-\sqrt{3}$........9 分

$=1$ ....10 分

（评分标准：答案对又有过程给 5 分，答案对没过程给 2 分，答案错看步骤：

$\frac{1}{2-\sqrt{3}}$，$(3\frac{3}{8})^{\frac{1}{3}}$，$\lg\sqrt{2}+\frac{1}{2}\lg5$，$2^{\frac{1}{2}\log_2 3}$ 每化简正确一个给 1 分）

18（12 分）

（1）将 $z_1=1-2i$ 代入方程得 $(1-2i)^2-2(1-2i)+p=0$，化简得：$p-5=0$

即 $p=5$ ....3 分

方程为 $x^2-2x+5=0$，解得 $z_2=1+2i$ ....5 分（用韦达定理亦可）

当且仅当$\cos^2 B=\frac{3}{4}$，即$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$（$B$为锐角），则$\frac{4a^2+5b^2}{c^2}$的最小值为$3$.……… 12 分

22（12 分）

（1）因为$AE\cdot AF=1$且$AF=2$，所以$AE=\frac{1}{2}$……………………1 分

设$\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AD}=\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{\lambda}{2}\cdot 2\overrightarrow{AE}+\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{3}{2}\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AE}+\frac{3}{4}\lambda\overrightarrow{AF}$ ……………3 分

又E，G，F共线，所以$\lambda+\frac{3}{4}\lambda=1$，解得$\lambda=\frac{4}{7}$.所以$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$ …………5 分

（2）令$|\overrightarrow{AE}|=x,|\overrightarrow{AF}|=y$，即$xy=1$，设$\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AD}=\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{AC}$，

又E，G，F共线，设$\overrightarrow{AG}=\mu\overrightarrow{AE}+(1-\mu)\overrightarrow{AF}$，则$\overrightarrow{AG}=\mu x\overrightarrow{AB}+\frac{(1-\mu)y}{3}\overrightarrow{AC}$

所以$\begin{cases}\mu x=\frac{\lambda}{2}\\ \frac{(1-\mu)y}{3}=\frac{\lambda}{2}\end{cases}$，解得$\mu=\frac{y}{3x+y}$，$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3x+y}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3x+y}\overrightarrow{AC}$ ……8 分

又$\overrightarrow{EF}=\frac{y}{3}\overrightarrow{AC}-x\overrightarrow{AB}$，所以$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EF}=(\frac{1}{3x+y}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3x+y}\overrightarrow{AC})\cdot(\frac{y}{3}\overrightarrow{AC}-x\overrightarrow{AB})$

$=\frac{7y-5x}{2(3x+y)}$，又$y=\frac{1}{x}$，得$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{7-5x^2}{2(3x^2+1)}$ ………………………………10 分

因为$y\le 3$，所以$\frac{1}{3}\le x\le 1$. 易知$x\in\left[\frac{1}{3},1\right]$时，函数$f(x)=\frac{7-5x^2}{2(3x^2+1)}$单调递减，

当$x=\frac{1}{3}$时，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{29}{12}$；$x=1$时，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}$，故$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EF}\in\left[\frac{1}{4},\frac{29}{12}\right]$ ……12 分

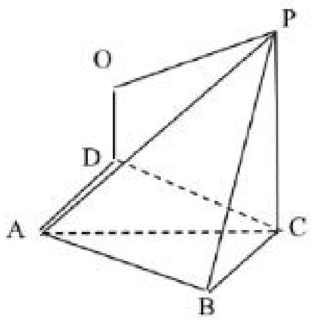
（2）如图，以 BA,BC 为领边作平行四边形 $ABCD$，

$\because AB=BC=3,\angle ABC=120^\circ\ \therefore D$为$\Delta ABC$的外心，

小圆半径为 3.............................7 分

过 D 作平面 ABC 的垂线 l,则三棱锥的外接球球心 O 在垂线 l 上

∵PC=4，故 OD=2(O,P 在平面 ABC 同则)..........................8 分



∴外接球半径 $R=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ ....10 分

$\therefore S_{球}=4\pi R^2=52\pi$ ....12 分

21（12 分）

（1）（1）△ ABC 是钝角三角形. .... 1 分

由题意知，$\dfrac{1-\sin A}{\cos A}=\dfrac{1-(1-2\sin^2 B)}{2\sin B\cdot\cos B}=\dfrac{\sin B}{\cos B}$,得 $\cos B-\sin A\cdot\cos B=\sin B\cdot\cos A$，

$\cos B=\sin(A+B)$，$\sin(\dfrac{\pi}{2}-B)=\sin(A+B)$， .... 4 分

得 $\dfrac{\pi}{2}-B=A+B$ 或 $\dfrac{\pi}{2}-B+A+B=\pi$，即 $A+2B=\dfrac{\pi}{2}$ 或 $A=\dfrac{\pi}{2}$，

又 $\cos A\neq 0$，$A\neq\dfrac{\pi}{2}$，$C=\pi-(A+B)=\dfrac{\pi}{2}+B>0$ .... 6 分

则△ ABC 是钝角三角形.

（2）由（1）知，$C=\dfrac{\pi}{2}+B$，$A=\dfrac{\pi}{2}-2B$,有 $\sin C=\cos B$，$\sin A=\cos 2B$ ......8 分

故 $\dfrac{4a^2+5b^2}{c^2}=\dfrac{4\sin^2 A+5\sin^2 B}{\sin^2 C}=\dfrac{4\sin^2(\dfrac{\pi}{2}-2B)+5\sin^2 B}{\sin^2(\dfrac{\pi}{2}+B)}$ ....9 分

$=\dfrac{4\cos^2 2B+5(1-\cos^2 B)}{\cos^2 B}=\dfrac{4(2\cos^2 B-1)^2+5(1-\cos^2 B)}{\cos^2 B}$

$=\dfrac{16\cos^4 B-21\cos^2 B+9}{\cos^2 B}=16\cos^2 B+\dfrac{9}{\cos^2 B}-21$ ....10 分

$\geq 2\sqrt{16\cos^2 B\cdot\dfrac{9}{\cos^2 B}}-21=3$. ....11 分

（2）由题意 $A(1,2)$,设 $B(x,y)$，则 $\overrightarrow{OA}=(1,2)$, $\overrightarrow{OB}=(x,y)$ $\overrightarrow{AB}=(x-1,y-2)$，

由 $AB\perp OA$, $|OB|=\sqrt{10}$ 可得 $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{OA}=0\\|OB|=\sqrt{10}\end{cases}$，即 $\begin{cases}x-1+2(y-2)=0\\\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{10}\end{cases}$ ……………………9 分

解得 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}$ ……………………11 分

$z_3=3+i$ 或 $z_3=-1+3i$ …………………12 分

19（12 分）

解：（1）如图所示，在 ΔABN 中，$\angle ANB=\beta_2-\beta_1=30^\circ$ $\therefore BN=AB=10\sqrt{6}km$ ………3 分

在 ΔABM 中，$\angle AMB=180^\circ-(\alpha_1+\alpha_2)=60^\circ$

由正弦定理可得，$\dfrac{AB}{\sin\angle AMB}=\dfrac{AM}{\sin\angle ABM}$，$AM=\dfrac{10\sqrt{6}\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}=20km$ ……………6 分

（2）由（1）可知:在 ΔABN 中，$BN=AB=10\sqrt{6}km$，

$\angle ABN=180^\circ-\beta_2=120^\circ$ $\therefore AN=30\sqrt{2}km$ …………………9 分

在 ΔAMN 中，$\angle MAN=\alpha_1-\beta_1=45^\circ$，由余弦定理得

$MN^2=AM^2+AN^2-2AM\cdot AN\cos\angle MAN$

代入数据有 $MN^2=20^2+(30\sqrt{2})^2-2\cdot 20\cdot 30\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=1000$，

即 $MN=10\sqrt{10}km$ ……………………12 分 （选择 ΔBMN 酌情给分）

20（12 分）

(1) $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB\bullet BC\bullet\sin\angle ABC=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ …………………… 2 分

$V_{P-ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}\bullet PC=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{4}\times 4=3\sqrt{3}$ …………………5 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线浙江**官方微信号：zjgkjzb。