

大庆实验中学实验一部 2020 级高三得分训练二

数学试题

一、单选题

1. 已知 i 为虚数单位, 复数 $z-i=1+2i$, 则 $z=$ ()

- A. $-2-i$ B. $-2+i$ C. $2+i$ D. $2-i$

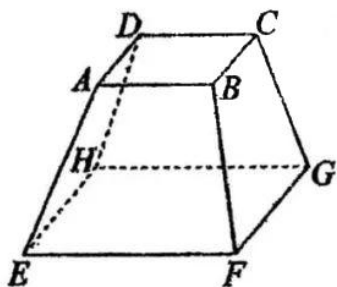
2. 已知集合 $A=\{-2,-1,1,2,3\}$, 集合 $B=\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 1\}$, 则 $A \cap B=$ ()

- A. $\{-2,-1,1,2,3\}$ B. $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$ C. $\{2,3\}$ D. $\{-2,2,3\}$

3. 若非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=3|\vec{b}|$, $(2\vec{a}+3\vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

4. 《九章算术》中关于“刍童”(上、下底面均为矩形的棱台) 体积计算的注释: 将上底面的长乘以二与下底面的长相加, 再与上底面的宽相乘, 将下底面的长乘以二与上底面的长相加, 再与下底面的宽相乘, 把这两个数值相加, 与高相乘, 再取其六分之一. 现有“刍童” $ABCD-EFGH$, 其上、下底面均为正方形, 若 $EF=2AB=8$, 且每条侧棱与底面所成角的正切值均为 $3\sqrt{2}$, 则该“刍童”的体积为 ()



- A. 224 B. 448 C. $\frac{224}{3}$ D. 147

5. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 且 $m \subset \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则“ $m \perp n$ ”是“ $n \perp \beta$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

高三 数学试卷 (二) 第1页 (共6页)

6. 由 1, 2, 3, 4, 5 组成的没有重复数字的五位数, 从中任意抽取一个, 则其恰好为“前 3 个数字保持递减, 后 3 个数字保持递增”(如五位数“43125”, 前 3 个数字“43”保持递减, 后 3 个数字“125”保持递增)的概率是 ()

- A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{6}$

7. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$), 若对于任意实数 φ , 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上至少有 3 个零点, 至多有 4 个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $\left[1, \frac{4}{3}\right)$ B. $\left[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$ C. $\left[\frac{5}{3}, 2\right)$ D. $\left[2, \frac{7}{3}\right)$

8. 已知 $a = \ln 2.6$, $b = 0.5 \times 1.8^2$, $c = 1.1^5$, 则下列排序正确的是 ()

- A. $b > c > a$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $a > b > c$

二、多选题

9. 已知空间中的平面 α , 直线 l 、 m 、 n 以及点 A 、 B 、 C 、 D , 则以下四个命题中, 不正确的命题是 ()

- A. 在空间中, 四边形 $ABCD$ 满足 $AB = BC = CD = DA$, 则四边形 $ABCD$ 是菱形
 B. 若 $l \not\subset \alpha$, $A \in l$, 则 $A \notin \alpha$
 C. 若 l 和 m 是异面直线, n 和 l 是平行直线, 则 n 和 m 是异面直线
 D. 若 $m \subset \alpha$, $n \subset \alpha$, $A \in m$, $B \in n$, $A \in l$, $B \in l$, 则 $l \subset \alpha$

10. 已知函数 $f(x) = x \ln x$, 下列说法正确的有 ()

- A. $f(x)$ 的极大值为 $-\frac{1}{e}$
 B. $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left(0, \frac{1}{e}\right)$
 C. 曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为 $y = x - 1$
 D. 方程 $f(x) = 1$ 有两个不同的解

11. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 和双曲线 $E: \frac{x^2}{a_0^2} - \frac{y^2}{b_0^2} = 1 (a_0 > 0, b_0 > 0)$ 的公共左、

右焦点, P (在第一象限) 为它们的一个交点, 且 $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$, 直线 $P F_2$ 与双曲线交于另一点 Q ,

若 $|P F_2| = 2|F_2 Q|$, 则下列说法正确的是 ()

A. $\triangle P F_1 Q$ 的周长为 $\frac{16a}{5}$ B. 双曲线 E 的离心率为 $\frac{\sqrt{13}}{3}$

C. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{13}}{5}$ D. $|P F_1| = 4|P F_2|$

12. 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f(2) = 2$, 对于任意的正数 x_1, x_2 , 都有

$f(x_1 x_2) = f(x_1) + f(x_2) - 1$, 且 $x > \frac{1}{2}$ 时, 都有 $f(x) > 0$, 则 ()

A. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

B. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调递增

C. 对于任意 $x < 0$ 都有 $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = -2$

D. 不等式 $\ln[f(x) - 2] < 0$ 的解集为 $\left(-\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right) \cup (2, 4)$

三、填空题

13. $\left(x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^7$ 的展开式中除常数项外的各项系数和为_____.

14. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 M 在 C 上, 点 $A\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$, 若 $|AM| = \frac{\sqrt{5}}{2}|FM|$, 则 $\cos \angle MFA =$ _____.

15. 古印度数学家婆什伽罗在《丽拉沃蒂》一书中提出如下问题: 某人给一个人布施, 初日施 2 子安贝 (古印度货币单位), 以后逐日倍增, 问一月共施几何? 在这个问题中, 以一个月 31 天计算, 记此人第 n 日布施了 a_n 子安贝 (其中 $1 \leq n \leq 31, n \in \mathbb{N}^*$), 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若关于 n

的不等式 $S_n - 62 < a_{n+1}^2 - ta_{n+1}$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围为_____.

16. 已知直线 l 与曲线 $y=e^x$ 相切, 切点为 P , 直线 l 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B , O 为坐标原点. 若 $\triangle OAB$ 的面积为 $\frac{1}{e}$, 则点 P 的个数是_____.

四、解答题

17. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $2\sin B \sin C \cos A + \cos A = 3\sin^2 A - \cos(B-C)$

(1) 证明: $2a - b = c$;

(2) 若 $b+c=2$ $\cos A = \frac{3}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 + 2n$, ($n \in \mathbf{N}^*$) 求:

(1) 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 若 $b_n = a_n \cdot 3^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 5G 技术对社会和国家十分重要, 从战略地位来看, 业界一般将其定义为继蒸汽机革命、电气革命和计算机革命后的第四次工业革命. 某科技公司生产一种 5G 手机的核心部件, 下表统计了该公司 2017—2021 年在该部件上的研发投入 x (单位: 千万元) 与收益 y (单位: 亿元) 的数据, 结果如下:

年份	2017	2018	2019	2020	2021
研发投入 x	2	3	4	5	6
收益 y	2	3	3	3	4

(1)求研发投入 x 与收益 y 的相关系数 r (精确到 0.01);

(2)由表格可知 y 与 x 线性相关, 试建立 y 关于 x 的线性回归方程, 并估计当 x 为 9 千万元时, 该公司生产这种 5G 手机的核心部件的收益为多少亿元;

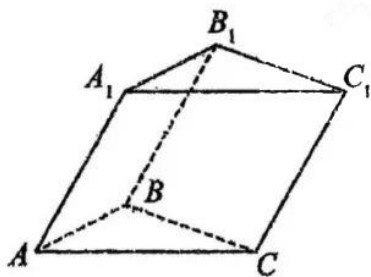
(3)现从表格中的 5 组数据中随机抽取 2 组数据并结合公司的其他信息作进一步调研, 记其中抽中研发投入超出 4 千万元的组数为 X , 求 X 的分布列及数学期望.

参考公式及数据: 对于一组数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, 3, \dots, n)$, 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$,

其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$,

$$\sqrt{5} \approx 2.236.$$

20. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, $AA_1 = \sqrt{5}$, $AB = BC$, $\angle BAC = 30^\circ$, A_1 在平面 ABC 上的射影为 B , 二面角 A_1-AC-B 的大小为 45° ,



(1)求 AA_1 与 BC 所成角的余弦值;

(2)在棱 AA_1 上是否存在一点 E , 使得二面角 $E-BC-B_1$ 为 90° , 若存在, 求出 $\frac{AE}{AA_1}$ 的值, 若不存在, 说明理由.

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 其左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 上顶点为 P ,

且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = -2$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 直线 $l: y = kx + m (m > 0)$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, O 为坐标原点. 试求当 k 为何值时,

$|OA|^2 + |OB|^2$ 恒为定值, 并求此时 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

22. 已知函数 $f(x) = x \ln x + 2x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若 $g(x) = f(x) - ax^2$ 在 $(0, +\infty)$ 上有一个零点, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

