秘密★启用前

韶关市2023届高三综合测试（二）

数　学

本试卷满分150分，考试时间120分钟.

注意事项：

1. 考生务必将自己的姓名、准考证号、学校和班级用蓝、黑墨水钢笔或圆珠笔、签字笔写在答题卡上。
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答的答案无效.
4. 考生必须保持答题卡的整洁. 考试结束后，将答题卡交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若 $i(1-z)=1$，则 $|\bar{z}|=$（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

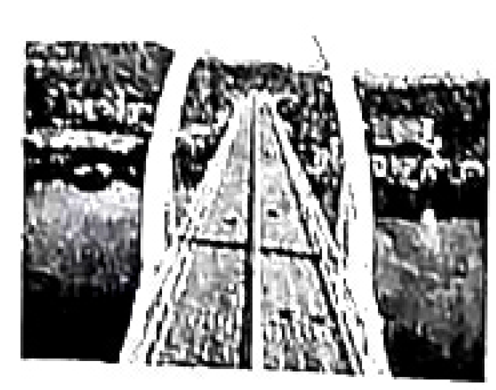
2. 若集合 $M=\{x\mid\sqrt{x}>1\}$，$N=\left\{x\mid y=\ln\left(\frac{3}{2}-x\right)\right\}$，则 $M\cap N=$（　　）

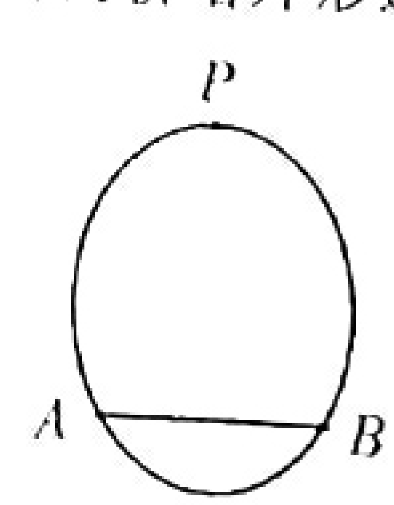
A. $\{x\mid 0\leqslant x<2\}$　　B. $\left\{x\mid 1<x<\frac{3}{2}\right\}$　　C. $\left\{x\mid 1\leqslant x<\frac{3}{2}\right\}$　　D. $\left\{x\mid 1<x\leqslant\frac{3}{2}\right\}$

3. 已知 $ABCD$ 是平行四边形，$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$，若 $\overrightarrow{EC}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则 $\lambda+\mu=$（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

4. 韶州大桥是一座独塔双索面钢砼混合梁斜拉桥，具有桩深，塔高、梁重、跨大的特点，它打通了曲江区、浈江区、武江区交通道路的瓶颈，成为连接曲江区与芙蓉新城的重要交通桥梁，大桥承担着实现韶关“三区融合”的重要使命. 韶州大桥的桥塔外形近似椭圆，若桥塔所在平面截桥面为线段 AB，且 AB 过椭圆的下焦点，$AB=44$ 米，桥塔最高点 P 距桥面110米，则此椭圆的离心率为（　　）





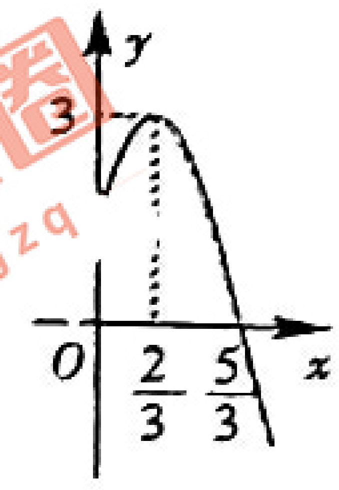
A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{4}{5}$

5. 已知四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的下底面为矩形，$AB=2A_1B_1$，高为3，且该棱台的体积为63，则该棱台上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的周长的最小值是（　　）

A. 15　　B. 14　　C. 13　　D. 12

6. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0,\ |\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，将函数 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{\omega}{2}$（纵坐标不变），再向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得到 $y=g(x)$ 的图象，则下列说法不正确的是（　　）



A. 函数 $g(x)$ 的最小正周期为 π

B. 函数 $g(x)$ 在 $[0,\ \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增

C. 函数 $g(x)$ 的一个极值点为 $\frac{\pi}{12}$

D. 函数 $g(x)$ 的一个零点为 $-\frac{\pi}{6}$

7. 已知方程 $x+5+\ln x=0$ 和 $x+5+e^x=0$ 的解分别是 α 和 β，则函数 $f(x)=(x+\alpha)(x+\beta)$ 的单调递减区间是（　　）

A. $(-\infty,\ \frac{5}{2}]$　　B. $[\frac{5}{2},\ +\infty)$　　C. $(-\infty,\ 5]$　　D. $[5,\ +\infty)$

8. 定义 $\|x\|$ $(x\in R)$ 为与 x 距离最近的整数（当 x 为两相邻整数算术平均数时，$\|x\|$ 取较大整数），令函数 $f(x)=\|x\|$，如：$f(\frac{5}{4})=1$，$f(\frac{6}{4})=2$，$f(\frac{7}{4})=2$，$f(\frac{8}{4})=2$，则 $\frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(\sqrt{2})}+\frac{1}{f(\sqrt{3})}+\cdots+\frac{1}{f(\sqrt{100})}=$（　　）

A. 17　　B. $\frac{189}{10}$　　C. 19　　D. $\frac{191}{10}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 曲线 C 的方程为 $x^2-\frac{y^2}{\lambda}-4=0$，则（　　）

A. 当 $\lambda>0$ 时，曲线 C 是焦距为 $4\sqrt{1+\lambda}$ 的双曲线

B. 当 $\lambda<-1$ 时，曲线 C 是焦距为 $4\sqrt{1-\lambda}$ 的椭圆

C. 曲线 C 不可能为圆

D. 当 $-1<\lambda<0$ 时，曲线 C 是焦距为 $4\sqrt{1+\lambda}$ 的椭圆

10. 下列命题中，正确的是（　　）

A. 已知随机变量 X 服从二项分布 $B(n,\ \frac{1}{3})$，若 $E(3X+1)=6$，则 $n=5$

B. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1,\ \sigma^2)$，若 $P(X<4)=0.7$，则 $P(-2<X<1)=0.1$

C. 已知 $P(A)>0$，$P(B)>0$，$P(B|A)=P(B)$，则 $P(A|B)=P(A)$

D. 已知 $P(\overline{A})=\frac{1}{2}$，$P(\overline{B}|A)=\frac{2}{3}$，$P(B|\overline{A})=\frac{1}{4}$，则 $P(\overline{B})=\frac{17}{24}$

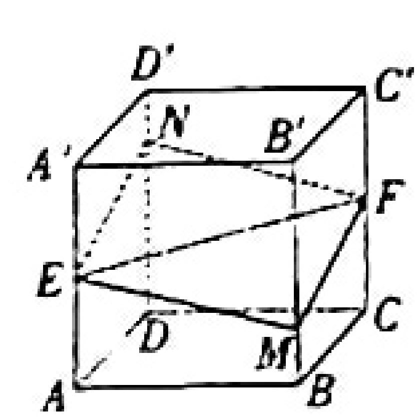
11. 如图所示，正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1，E，F 分别是棱 AA'，CC' 的中点，过直线 EF 的平面分别与棱 BB'，DD' 交于点 M，N，以下四个命题中正确的是（　　）

A. 四边形 $EMFN$ 一定为矩形

B. 平面 $EMFN\perp$ 平面 $DBB'D'$

C. 四棱锥 $A-MENF$ 体积为 $\frac{1}{6}$

D. 四边形 $MENF$ 的周长最小值为 $2\sqrt{5}$



12. 已知$f(x)$是周期为 4 的奇函数，且当$0\leqslant x\leqslant 2$时，$f(x)=\begin{cases}x,\ 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2-x,\ 1<x\leqslant 2\end{cases}$

设 $F(x)=f(x)+f(x-1)$，则（　　）

A. 函数 $y=F(x)$是奇函数也是周期函数

B. 函数 $y=F(x)$的最大值为 1

C. 函数 $y=F(x)$在区间（2022, 2023）上单调递减

D. 函数 $y=F(x)$的图象有对称中心也有对称轴

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知甲、乙、丙、丁四位高三学生拍毕业照，这四位同学排在同一行，则甲、乙两位学生相邻的概率为__________

14. 已知锐角 α 满足 $\tan 2\alpha=-\frac{4}{3}$，则 $\sin(\pi-\alpha)=$__________.

15. 将一个圆心角为$\frac{2\pi}{3}$、面积为 2π 的扇形卷成一个圆锥，则此圆锥内半径最大的球的表面积为__________.

16. 已知抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 且斜率为-1 的直线 l 交抛物线 C 于 A，B 两点，则以线段 AB 为直径的圆 D 的方程为__________；若圆 D 上存在两点 P，Q，在圆 T：$(x+2)^2+(y+7)^2=a^2(a>0)$ 上存在一点 M，使得$\angle PMQ=90°$，则实数 a 的取值范围为__________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题 10 分）

设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $a_{n+1}=S_n+1$，$n\in N^*$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

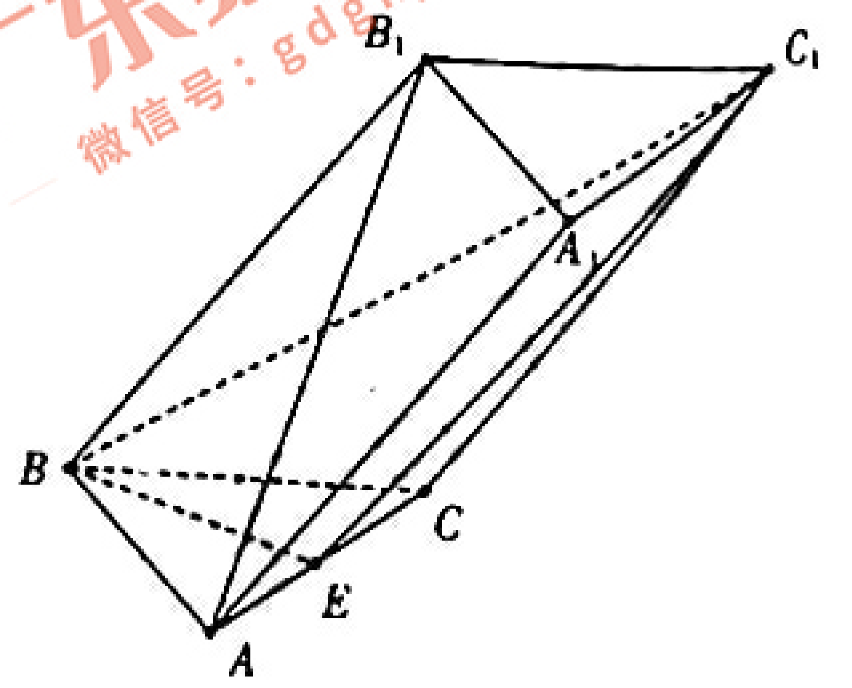
（2）设 $b_n=(-1)^n(a_n+n)$，求数列$\{b_n\}$的前 $2n$ 项和 T_{2n}.

18.（本小题 12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，E 为 AC 的中点，$AB=1$，$BC=2$，$AC=\sqrt{5}$，点 B_1 在底面上的射影为点 C.

（1）求证：AB_1//平面 BEC_1；

（2）若 $BB_1=2\sqrt{2}$，求平面 BEC_1 与平面 AEC_1A_1 所成角的正弦值.



19.（本小题 12 分）

在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=\frac{\pi}{2}$，$AB=BC=\sqrt{2}$，点 P 为$\triangle ABC$ 内一点.

（1）若 $PA=PB=\frac{\sqrt{3}}{2}$（图 1），求$\triangle PBC$ 的面积；

（2）若$\angle APB=\frac{3\pi}{4}$（图 2），求 PC 的最小值.

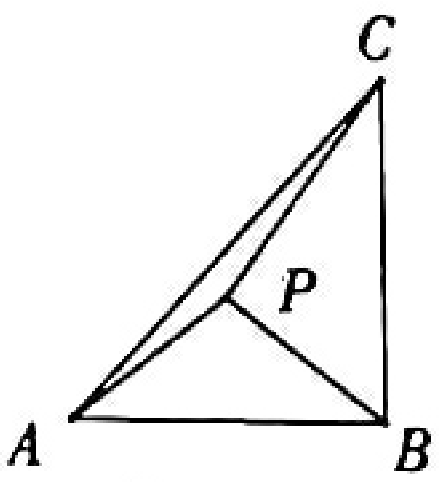


图 1

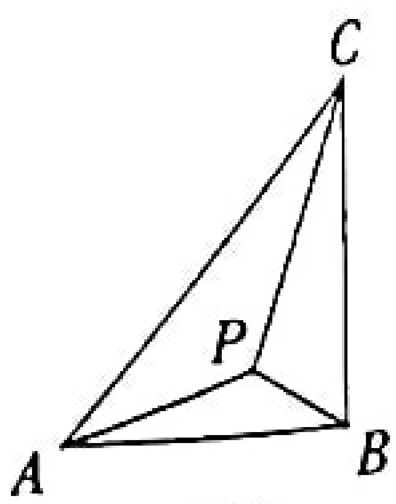


图 2

20.（本小题 12 分）

研究表明，如果温差太大，人们不注意保暖，可能会导致自身受到风寒刺激，增加感冒患病概率，特别是对于儿童以及年老体弱的人群，要多加防范．某中学数学建模社团成员研究了昼夜温差大小与某小学学生患感冒就诊人数多少之间的关系，他们记录了某六天的温差，并到校医室查阅了这六天中每天学生新增感冒就诊的人数，得到数据如下：

日期	第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天
昼夜温差 x（℃）	4	7	8	9	14	12
新增感冒就诊人数 y（位）	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{6} y_i^2=3463$，$\sum\limits_{i=1}^{6}(y_i-\bar{y})^2=289$.

（1）已知第一天新增感冒就诊的学生中有 4 位男生，从第一天新增的感冒就诊的学生中随机抽取 2 位，其中男生人数记为 X，若抽取的 2 人中至少有一位女生的概率为 $\frac{5}{6}$，求随机变量 X 的分布列和数学期望；

（2）已知两个变量 x 与 y 之间的样本相关系数 $r=\frac{16}{17}$，请用最小二乘法求出 y 关于 x 的经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，据此估计昼夜温差为 15℃时，该校新增感冒就诊的学生人数.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\cdot\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$

21.（本小题 12 分）

已知双曲线 C：$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$b>0$）的左右焦点为 F_1，F_2，经过 F_1 的圆 O（O 为坐标原点）交双曲线 C 的左支于 M，N，且△OMN 为正三角形.

（1）求双曲线 C 的标准方程及渐近线方程；

（2）若点 P 为双曲线 C 右支上一点，射线 PF_1，PF_2 分别交双曲线 C 于点 A，B，试探究 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|}-\frac{|PF_2|}{|BF_2|}$ 是否为定值？若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

22.（本小题 12 分）

已知 $f(x)=\sin x$，$g(x)=x-m$，$m\in R$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(\frac{\pi}{3},\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 处的切线与两坐标轴所围成的三角形的面积；

（2）若 $h(x)=f(x)\cdot g(x)$，$x\in(-\frac{\pi}{2},+\infty)$，设 x_1，x_2，x_3，…，x_n（其中 $x_n<x_{n+1}$，$n\in N^*$）为 $h(x)$ 的极值点，若 $h(x_1)+h(x_2)=0$，求 m 的值.