

秘密★启用前

2023 届“3+3+3” 高考备考诊断性联考卷（三） 文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在复平面内，复数 z 对应的点的坐标为 $(1, 2)$ ，则 $zi =$
A. $2+i$ B. $-2+i$ C. $-2-i$ D. $1+2i$
2. $A = \{x | x \leq 2\}$ ， $B = \{x \in \mathbf{Z} | 0 \leq x \leq 4\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | -2 \leq x \leq 4\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
3. 2023 年“三月三”期间，广西交通部门统计了 2023 年 4 月 19 日至 4 月 25 日的高速公路车流量（单位：万车次），并与 2022 年比较，得到同比增长率（同比增长率 = $\frac{\text{今年车流量} - \text{去年同期车流量}}{\text{去年同期车流量}} \times 100\%$ ）数据，绘制了如图 1 所示的统计图，则下列结论错误的是

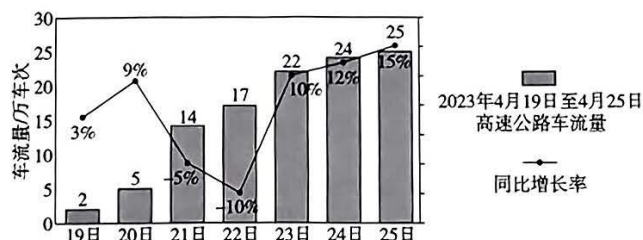


图 1

- A. 2023 年 4 月 19 日至 4 月 25 日的高速公路车流量的极差为 23
 - B. 2023 年 4 月 19 日至 4 月 25 日的高速公路车流量的中位数为 17
 - C. 2023 年 4 月 19 日至 4 月 21 日的高速公路车流量的标准差小于 2023 年 4 月 23 日至 4 月 25 日的高速公路车流量的标准差
 - D. 2022 年 4 月 23 日的高速公路车流量为 20 万车次
4. 榫卯，是一种中国传统建筑、家具及其他器械的主要结构方式，是在两个构件上采用凹凸部位相结合的一种连接方式。春秋时期著名的工匠鲁班运用榫卯结构制作出了鲁班锁，且鲁班锁可拆解，但是要将它们拼接起来则需要较高的空间思维能力和足够的耐心。如图 2 甲，六通鲁班锁是由六块长度大小一样，中间各有着不同镂空

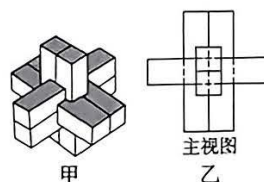
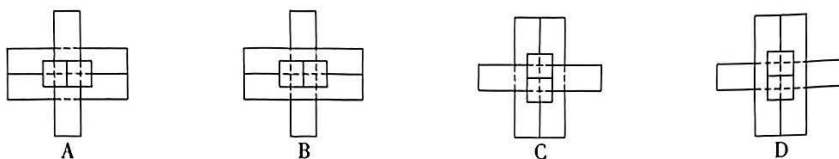


图 2

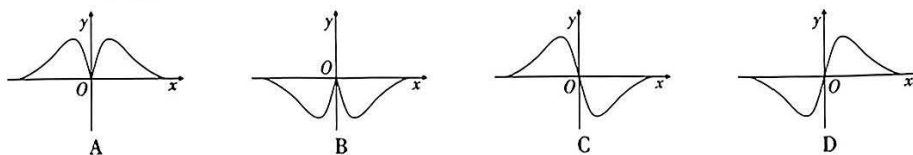
文科数学·第 1 页（共 4 页）



5. 使函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin(2x+\theta) + \cos(2x+\theta)$ 为偶函数, 则 θ 的一个值可以是

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $-\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{7\pi}{6}$

6. 函数 $f(x) = \frac{|\sin x|}{x^2+2}$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 的部分图象大致为



7. 如图 3, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=AC=AA_1$, $\angle BAC=60^\circ$, 则直线 AB_1 与 BC 所成角的余弦值等于

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. 0

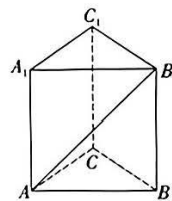


图 3

8. 从 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ 这五个数中任选两个不同的数, 则这两个数的和大于 $\frac{3}{5}$ 的概率为

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

9. 若 $f(x) = a \ln x + bx^2 + x$ 在 $x=1$ 和 $x=2$ 处有极值, 则函数 $f(x)$ 的单调递增区间是

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(1, 2)$ D. $(\frac{1}{2}, 1]$

10. 已知球 O 的表面积为 9π , 若球 O 与正四面体 $S-ABC$ 的六条棱均相切, 则此四面体的体积为

- A. 9 B. $3\sqrt{2}$ C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{9\sqrt{2}}{8}$

11. 已知双曲线 $C: mx^2 - ny^2 = 1 (m>0, n>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{21}}{3}$, 虚轴长为 4, 则 C 的方程为

- A. $3x^2 - 4y^2 = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$
C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$

12. 已知实数 $a = e^{0.9} - 2\sqrt{2}$, $b = \log_{5.1} 4$, $c = \log_6 5$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知平面向量 $\vec{a} = (m, -4)$, $\vec{b} = (-1, m+3)$, 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则实数 m 的值为 _____.

14. 已知直线 l 与圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 有公共点 M , 且与直线 $2x - y + 3 = 0$ 交于点 N , 则 $|MN|$ 的最小值是 _____.

15. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 若双曲线左支上存在一点 M , 使得 M 在以线段 F_1F_2 为直径的圆上, 且 $|MF_2| = \sqrt{3}|MF_1|$, 则该双曲线的离心率为_____.
16. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c , 若 $\tan A < 0$, 则 $\frac{b(\sin C - \sin B)}{a \sin A}$ 的取值范围是_____.

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

某学生兴趣小组随机调查了某市 200 天中每天的空气质量等级和当天到江滨公园锻炼的人次, 整理数据得到下表(单位: 天):

空气质量等级 \ 锻炼人次	[0, 200]	(200, 400]	(400, 600]
1(优)	12	20	44
2(良)	15	19	30
3(轻度污染)	16	16	14
4(中度污染)	7	5	2

- (1) 分别估计该市一天的空气质量等级为 1, 2, 3, 4 的概率; 并求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);
- (2) 若某天的空气质量等级为 1 或 2, 则称这天 “空气质量好”; 若某天的空气质量等级为 3 或 4, 则称这天 “空气质量不好”. 根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表, 并根据列联表, 判断是否有 99.9% 的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?

	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好		
空气质量不好		

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 当 $n \geq 2$ 时, 有 $(n-2)a_n - (n-1)a_{n-1} + a_1 = 0$.

- (1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列;
- (2) 若 $a_1 = 20, S_4 = 56$, 求 S_n 的最大值.

19. (本小题满分 12 分)

如图 4 所示, 在四棱锥 $E-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \parallel CD$, $AB = \frac{1}{2}CD$, $CD \perp CE$, $\angle ADC = \angle EDC = 45^\circ$, $AD = \sqrt{2}$, $BE = \sqrt{3}$.

- (1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 $ABCD$;
- (2) 设 M 为 AE 的中点, 求直线 DM 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.

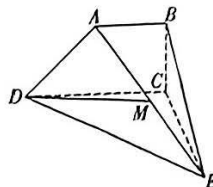


图 4

20. (本小题满分 12 分)

实数 $k > 0$, $f(x) = \ln(x+1)$, $g(x) = \frac{kx}{x+k}$.

- (1) 若 $f(x-1) \leq kx-1$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围;
- (2) 讨论 $f(x)-g(x)$ 的单调性并写出过程.

21. (本小题满分 12 分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > \sqrt{3})$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是 C 上的一个动点 (不在 x 轴上), 射线 PF_1, PF_2 分别与 C 交于点 A, B , 记 $\triangle PF_1F_2, \triangle PF_1B$ 的周长分别为 L_1, L_2 , 已知 $L_1 : L_2 = 3 : 4$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
- (2) 记 $\triangle PF_1F_2, \triangle PF_1B, \triangle PAB$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 求证: $\frac{S_2}{S_3 - S_2} + \frac{S_1}{S_2 - S_1}$ 是定值.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos\varphi, \\ y = 1 + \sin\varphi, \end{cases}$ (φ 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{3}\cos\theta$, 其中 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

- (1) 求曲线 C_1 与曲线 C_2 的交点的极坐标;
- (2) 直线 $l: \theta = \frac{\pi}{6} (\rho \in \mathbf{R})$ 与曲线 C_1, C_2 分别交于 M, N 两点 (异于极点 O), P 为 C_2 上的动点, 求 $\triangle PMN$ 面积的最大值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知关于 x 的不等式 $|x+3| + 3m \geq m^2 - |x-1|$ 对任意实数 x 恒成立.

- (1) 求实数 m 的取值范围;
- (2) 记实数 m 的最小值为 M , 若 a, b 均为正实数, 且 $a+b+2M=0$, 求证: $\frac{1}{a+1} + \frac{4}{b+1} \geq \frac{9}{4}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

