2022届“江南十校”一模联考
文科数学参考答案、解析及评分细则

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	D	A	C	B	B	D	A	A	D	C

1.【答案】C.

【解析】集合 $B=\{1,3,5\}, A\cap B=\{1,3\}$，故选C.

2.【答案】A.

【解析】易知原命题为真，逆命题为假，故选A.

3.【答案】D.

【解析】由题知 $z=2+i$，$\bar{z}=2-i$ 则 $\frac{\bar{z}}{z}=\frac{2-i}{2+i}=\frac{(2-i)^2}{5}=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$，故选D.

4.【答案】A.

【解析】由 $\left(2b-\sqrt{3}c\right)\cos A=\sqrt{3}a\cos C$ 得 $2b\cos A=\sqrt{3}\left(a\cos C+c\cos A\right)=\sqrt{3}b$，得 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，得 $A=\frac{\pi}{6}$，故选A.

5.【答案】C.

【解析】由 $2\sin x>\tan x$ 且 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，得 $\cos x>\frac{1}{2}$，解得 $0<x<\frac{\pi}{3}$，得 $p=\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{3}$，故选C.

6.【答案】B.

【解析】函数 $f(x)=2^{|x|}$ 为偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 单调递增，$\because \log_2 3>\log_4 5>1, \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$，

$\therefore a=f(\log_{0.5}3)=f(\log_2 3)>b>c$，故选B.

7.【答案】B.

【解析】第一次执行得 $S=2, S<5$，进入循环体得 $a=2, b=\frac{1}{2}$，$i=2$；

第二次执行得 $S=4.5, S<5$，进入循环体得 $a=4, b=\frac{1}{4}$，$i=3$，

第三次执行得 $S=8.75, S\geq 5$，满足条件，输出 $i=3$. 故选B.

8.【答案】D.

【解析】$y=\cos 2x \xrightarrow{\text{横坐标缩短到原来的}\frac{2}{3}\text{倍}} y=\cos 3x \xrightarrow{\text{向左平移}\frac{\pi}{18}\text{个单位长度}} y=\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$，故选D.

9.【答案】A.

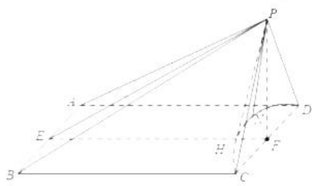
【解析】由 ΔPF_1F_2 的面积为 $\sqrt{7}$ 可得 $|y_P|=\frac{\sqrt{7}}{3}$，所以 $|x_P|=\frac{2\sqrt{5}}{3}$，则 $|OP|=\sqrt{3}$，故选A.

10.【答案】A.

【解析】如图所示，分别取 AB,CD 的中点为 E,F，连接 EF，EF 与 $\overset{\frown}{CD}$ 交于 H. 记 N 到侧面 PAB 的距离为 d，由于 PN 的长为定值，因此当且仅当 d 最小时，PN 与侧面 PAB 所成的角最小，即点 N 在 H 时，$\theta=\angle HPE$.

由面 $PCD\perp$ 面 $ABCD$ 易知 $PF\perp EF, PF=\sqrt{3}$，又 $EF=3, HF=1$，则 $PH=EH=2$

所以 $\theta=\angle HPE=\angle PEF$，所以 $\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即 $\sin\theta=\frac{1}{2}$. 故选A.



11.【答案】D.

【解析】当 $a=0$ 时，$f(x)=|x+1|=\begin{cases}x+1,x\ge -1\\-x-1,x\le -1\end{cases}$，图象为 A；

当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+1|+x=\begin{cases}2x+1,x\ge -1\\-1,x\le -1\end{cases}$，图象为 C；

当 $a=-1$ 时，$f(x)=|x+1|-x=\begin{cases}1,x\ge -1\\-2x-1,x\le -1\end{cases}$，图象为 B．综上，故选 D.

12.【答案】C.

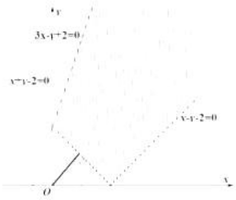
【解析】由题设可知，要使 $f(x)\ge 3$ 成立，则 $f(1)\ge 3$，即 $a\cdot e^{-1}+2\ln a\ge 3$，$\therefore a\ge e$. 下证：当 $a\ge e$ 时，$f(x)\ge 3$ 恒成立，$\because a\ge e$，$\therefore f(x)\ge e^{x-1}-\ln x+2$，易知 $e^{x-1}\ge x,\ln x\le x-1$（当 $x=1$ 时，两式等号成立）则 $f(x)\ge x-(x-1)+2=3$，得证. 所以 $a\in[e,+\infty)$．故选 C.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.【答案】$\pm\sqrt{2}$.

【解析】因为 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，故 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=t\times(-t)+2\times 1=-t^2+2=0$，得 $t=\pm\sqrt{2}$.

14.【答案】2.



【解析】画图如下：由 $z=x^2+y^2$ 可构造 $P(x,y),O(0,0)$，则 $z=|PO|^2$，动点 P 在阴影区域，由图可知其最小值为点 O 到直线 $x+y-2=0$ 的距离的平方，

$$z_{\min}=\left(\frac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}\right)^2=2.$$

15.【答案】$x+y=0$.

【解析】设切线的切点为 $(x_0,-x_0\ln x_0-1)$，则切线的斜率为 $k=-1-\ln x_0$，又切线过原点，所以 $k=\frac{-x_0\ln x_0-1}{x_0}$，

所以 $\frac{-x_0\ln x_0-1}{x_0}=-1-\ln x_0$，解得 $x_0=1,k=-1$，

所以切线方程为 $y=-x$，即 $x+y=0$.

16.**【答案】** $\frac{2\sqrt{2}\pi}{5}$.

【解析】设该半多面体是由棱长为 2 的正方体沿正方体各棱的中点截去 8 个三棱锥所得，内侧即为二十四等边体，其体积 $V_1=2\times 2\times 2-8\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times 1\times 1=\frac{20}{3}$；

由二十四等边体的对称性可知，其外接球的球心即为正方体中心，半径为中心到一个顶点的距离，则 $R=\sqrt{2}$，

故 $V_2=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{2}\right)^3=\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$，从而 $\frac{V_2}{V_1}=\frac{2\sqrt{2}\pi}{5}$.

三．解答题：共 70 分.

17.【解析】(1)由 $a_1=3$，点 $\left(n,\frac{S_n}{n}\right)$ 在斜率为 1 的直线上，知 $\frac{\frac{S_n}{n}-\frac{S_1}{1}}{n-1}=1$，即 $S_n=n^2+2n(n\ge 2)$.

当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=3$ 也符合上式，故 $S_n=n^2+2n$ ………………2 分

当 $n\ge 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2+2n-\left[(n-1)^2+2(n-1)\right]=2n+1$； ………………4 分

$a_1=3$ 也满足上式，故 $a_n=2n+1$； ………………5 分

(2) $c_n=\frac{a_n}{2^{n+1}}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

则 $T_n=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\left(n-1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ①，

两边乘以 $\frac{1}{2}$ 得 $\frac{1}{2}T_n=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(n-1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ②,

①-②得 $\frac{1}{2}T_n=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n-\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$， ……………………10 分

故 $T_n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{1}{2}=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}-\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}-(2n+5)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. ……12 分

【注】其他解法按每小题的分数相应赋分.

18.【解析】

(1)图 2 中的 A,C,F,E 四点共面，证明如下： ……………………………………………………1 分

$\because AE//BD$，$BG//CF$，又因为 D，G 重合，$\therefore AE//CF$，

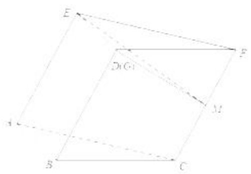
故 A,C,F,E 四点共面； ……………………………………………………4 分

(2)因为 $AB\perp BD, AB\perp BC$ 且 $BD\cap BC=B$， $AB\perp$ 平面 $BCFD$，

又 $AB//ED$，则 $ED\perp$ 平面 $BCFD$．

因为 M 是线段 FC 上一点，则 E,D,M 三点共面，

又 $DE\subset$ 面EDM，所以 面$EDM\perp$面$BCFD$． ………………………………8 分



又 $ED\perp$ 平面 $BCFD$，$\therefore ED\perp FC$，

当 $DM\perp FC$ 时，由于 $ED\cap DM=D$，故 $FC\perp$ 平面 EDM，则 $FC\perp EM$．

在菱形 $BDFC$ 中，$\angle BCF=120°$，$DF=4$，则 $DM=DF\cdot\sin 60°=2\sqrt{3}$，又 $ED=AB=2$，则 $EM=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$．

故三棱柱 $ABC-EDF$ 的侧面积为 $4\times\left(2+2\sqrt{3}+4\right)=24+8\sqrt{3}$． ……………………………………12 分

19.【解析】

（1）整理数据如图：

x（旋转角度：度）	18	36	54	72	90
y（燃气用量：dm^3）	130	122	139	149	172

……………………………………………………2 分

（2）$\bar{x}=54,\bar{y}=142.4,\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{1998}{3240}\approx 0.6167,\hat{a}=142.4-0.6167\times 54=109.0982\approx 109.098$， …………6 分

故回归直线方程为 $\hat{y}=0.617x+109.098$； ……………………………………………7 分

（注：阅卷时，$\hat{a}$=109.098 或 $\hat{a}$=109.100 均给本小问的满分）

（3）$x=-\frac{-1.472}{2\times 1.903\times 10^{-2}}\approx 38.7°$，即旋转角约为 38.7° 时，烧开一壶水燃气用量最少（$\hat{y}_{\min}\approx 121.9(dm^3)$）． …9 分

回归直线与二次函数拟合两者关系时，相关指数分别为 R_1^2,R_2^2，

则 $R_1^2=1-\frac{269.1}{1501.2}\approx 0.82\approx 0.8$， $R_2^2=1-\frac{196.5}{1501.2}\approx 0.87\approx 0.9$．

因为 $R_1^2<R_2^2$，所以二次函数拟合效果更好． ……………………………………12 分

【注】用相关指数分析，也可通过残差大小比较得出相关指数大小关系，同样赋分.

20.【解析】（1）由 $\overrightarrow{PF}=\overrightarrow{FA}$，知焦点 $F(1,0)$ 是 PA 的中点，……………………………2 分

又抛物线 $C:y^2=4x$ 关于 x 轴对称，

所以 $PA\perp x$ 轴，则点 P 的坐标为 $(1,2)$ 或 $(1,-2)$；……………………………5 分

（2）设点 $P(x_0,y_0),A(x_1,y_1)$，由 $\overrightarrow{PF}=\lambda\overrightarrow{FA}$ 得 $\lambda=-\frac{y_0}{y_1}$ ①，

设直线 $l:x=my+1$ 与抛物线 $C:y^2=4x$ 联立得 $y^2-4my-4=0$，

所以 $\Delta=16(m^2+1)>0,y_0y_1=-4$ ②，

由①②可得 $\lambda=\frac{y_0^2}{4}$，……………………………8 分

设点 $B(x_2,y_2)$，由 $\overrightarrow{PE}=\mu\overrightarrow{EB}$ 得 $\mu=-\frac{y_0}{y_2}$ ③，

直线 $PB:x=ny+a$ 与抛物线 $C:y^2=4x$ 联立得 $y^2-4ny-4a=0$

所以 $\Delta=16(n^2+a)>0,y_0y_2=-4a$ ④，

由③④可得 $\mu=\frac{y_0^2}{4a}$，……………………………10 分

又 $\lambda=4\mu$，所以 $\frac{y_0^2}{4}=4\cdot\frac{y_0^2}{4a}$，考虑到点 P 异于原点，所以 $y_0\neq0$，

解得 $a=4$，此时 $\Delta=16(n^2+a)=16(n^2+4)>0$．所以 a 的值为 4．……………………………12 分

21.【解析】（1）函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{(ax-1)(x+1)}{x^2}$，……………………………2 分

①当 $a\le0$ 时，$f'(x)<0$，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减；……………………………4 分

②当 $a>0$ 时，由 $\begin{cases}f'(x)<0,\\x>0\end{cases}$ 得 $0<x<\frac{1}{a}$，故 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{a}\right)$ 单调递减，在 $\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$ 单调递增；……………………………6 分

（2）由（1）可知：

当 $a\le0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减，取点 $n=1,m=\frac{1}{2-a}<1$，显然 $f(n)=a-1<0$，

又 $f(m)=am+(a-1)\ln m-a\ge a+(a-1)\ln m-a=(1-a)\ln(2-a)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有唯一零点，且落在区间 (m,n) 内；……………………………9 分

当 $a>0$ 时，取 $x>e^{4\left(\frac{1}{a}+1\right)}>1$，则 $f(x)>ax-\ln x-2>\frac{a}{4}\ln^2x-\ln x-2>\frac{a}{4}\cdot\left(\frac{4}{a}+4\right)^2-\left(\frac{4}{a}+4\right)-2=4a+2>0$，

【由 $\ln x\le x-1$ 得 $\ln x<x,x>1$，得 $\ln\sqrt{x}<\sqrt{x},x>1$，化简得 $x>\frac{1}{4}\ln^2x,x>1$】

取 $0<x<e^{-4(a+1)}<1$，则 $f(x)>a\ln x+\frac{1}{x}-2>\frac{1}{4}\ln^2x+a\ln x-2>\frac{1}{4}(-4a-4)^2+a(-4a-4)-2=4a+2>0$．

【由 $\ln x\le x-1$ 得 $\ln x<x,x>1$，得 $\ln\frac{1}{\sqrt{x}}<\frac{1}{\sqrt{x}},0<x<1$，化简得 $\frac{1}{x}>\frac{1}{4}\ln^2x,0<x<1$】

又由（1）可知 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上先减后增，要保证 $f(x)$ 只有一个零点，只需满足 $f\left(\frac{1}{a}\right)=0$ 即可，

代入化简得 $(a-1)(\ln a-1)=0$，解得 $a=1$ 或 $a=e$，

综上，a 的取值范围为 $a\le 0$ 或 $a=1$ 或 $a=e$. ……………………………12 分

【注】当 $a\le 0$ 时，不取点扣 1 分；当 $a>0$ 时，不取点不扣分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程]（10 分）

【解析】（1）由 $\rho=|\sin\theta|+|\cos\theta|$，可知 $\rho>0$. ……………………………1 分

所以 $\rho^2=|\rho\sin\theta|+|\rho\cos\theta|$，又 $\rho^2=x^2+y^2, x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，

则曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=|x|+|y|$（x,y 不同时为 0）. ……………………………4 分

（2）当 $x>0, y>0$ 时，得曲线 C 的第一象限内的直角坐标方程：$x^2+y^2=x+y$，配方得

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$， ……………………………5 分

则曲线 C 在第一象限内的图形由一个直角边为 1 的等腰直角三角形和一个半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的半圆组成. …7 分

易知，曲线 C 在第一象限内围成的图形面积为 $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$，

结合对称性可知曲线 C 围成图形的面积为 $2+\pi$. ……………………………10 分

23.[选修 4-5:不等式选讲]（10 分）

【解析】（1）若 $a=2$，则 $|2x+2|+|2x-1|\ge 4$.

当 $x<-1$ 时，不等式化为 $-4x-1\ge 4$，可得 $x\le -\frac{5}{4}$；当 $-1\le x<\frac{1}{2}$ 时，不等式化为 $3\ge 4$，不成立；

当 $x\ge\frac{1}{2}$ 时，不等式化为 $4x+1\ge 4$，可得 $x\ge\frac{3}{4}$ ……………………………3 分

综上可得不等式的解集为 $\{x|x\le -\frac{5}{4}$ 或 $x\ge\frac{3}{4}\}$； ……………………………5 分

（2）因为存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)<4-g(x_0+a)$ 成立，即使得 $|2x_0+a|<4-|2x_0+2a-1|$ 成立，

$\therefore(|2x_0+a|+|2x_0+2a-1|)_{\min}<4$， ……………………………7 分

由绝对值不等式可知：$|2x_0+a|+|2x_0+2a-1|\ge|2x_0+a-2x_0-2a+1|=|-a+1|$， ……………9 分

即 $|a-1|<4$ 可得 a 的取值范围为 $\{a|-3<a<5\}$. ……………………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。