绝密★考试结束前

2022学年第二学期温州十校联合体期末联考

高二年级数学学科 试题

考生须知：

1．本卷共6页满分150分，考试时间120分钟。
2．答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。
3．所有答案必须写在答题纸上，写在试卷上无效。
4．考试结束后，只需上交答题纸。

选择题部分

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

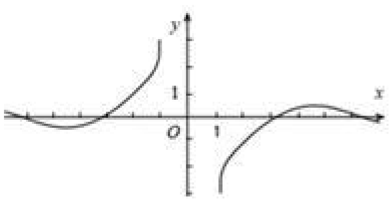
1. 集合 $A=\left\{x\in N\middle|\log_{\frac{1}{2}}x\geq -1\right\}$，集合 $B=\left\{x\in Z\middle|x^2\leq 4\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

$A.\{2\}$　　$B.\{0,1,2\}$　　$C.\{1,2\}$　　$D.\varnothing$

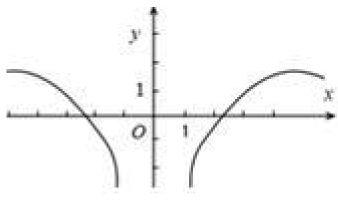
2. 复数 z 的实部与虚部互为相反数，且满足 $z+a=\dfrac{1+5i}{1-i},a\in R$，则复数 z 在复平面上对应的点位于（　　）

$A.$ 第一象限　　$B.$ 第二象限　　$C.$ 第三象限　　$D.$ 第四象限

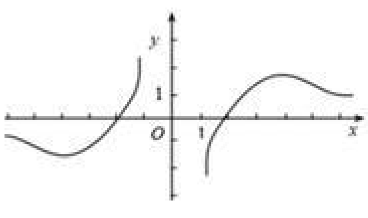
3. 函数 $f(x)=\sin x\cdot\ln\dfrac{x-1}{x+1}$ 的大致图象为（ ）



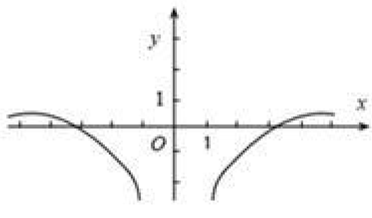
$A.$



$B.$



$C.$

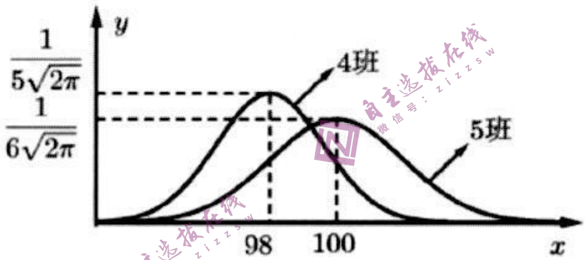


$D.$

4. $(x+\frac{a}{x})(x-\frac{2}{x})^5$ 的展开式中各项系数的和为 -2，则该展开式中常数项为（　　）

$A.-40$　　　$B.-20$　　　$C.20$　　$D.40$

5. 冯老师教高二 4 班和 5 班两个班的数学，这两个班的人数相等．某次联考中，这两个班的数学成绩均近似服从正态分布，其正态密度函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ 的图象如图所示，其中 μ 是正态分布的期望，σ 是正态分布的标准差，且 $P(|X-\mu|\le\sigma)=0.6827$，$P(|X-\mu|\le2\sigma)=0.9545$，$P(|X-\mu|\le3\sigma)=0.9973$，关于这次数学考试成绩，下列结论正确的是（）



A. 4 班的平均分比 5 班的平均分高

B. 相对于 5 班，4 班学生的数学成绩更分散

C. 4 班 108 分以上的人数约占该班总人数的 4.55%

D. 5 班 112 分以上的人数与 4 班 108 分以上的人数大致相等

6.冬季两项是冬奥会的项目之一，是把越野滑雪和射击两种不同特点的竞赛项目结合在一起进行的运动，其中冬季两项男子个人赛，选手需要携带枪支和 20 发子弹，每滑行 4 千米射击一轮，共射击 4 轮，每轮射击 5 次，若每有 1 发子弹没命中，则被罚时 1 分钟，总用时最少者获胜. 已知某男选手在一次比赛中共被罚时 3 分钟，假设其射击时每发子弹命中的概率都相同，且每发子弹是否命中相互独立，记事件 A 为其在前两轮射击中没有被罚时，事件 B 为其在第 4 轮射击中被罚时 2 分钟，那么 $P(A|B)=$（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{3}{8}$

7.我们知道：$y=f(x)$ 的图象关于原点成中心对称图形的充要条件是 $y=f(x)$ 为奇函数，有同学发现可以将其推广为：$y=f(x)$ 的图象关于 (a,b) 成中心对称图形的充要条件是 $y=f(x+a)-b$ 为奇函数.若 $f(x)=x^3-3x^2$ 的对称中心为 (m,n)，则

$f(2023)+f(2021)+\quad+f(3)+f(-1)+f(-3)+f(-5)\quad+f(-2019)+f(-2021)=$（　　）

A. 8088　　B. 4044　　C. -4044　　D. -2022

8. 设 $a=\dfrac{9}{109}, b=\ln 1.09, c=e^{0.09}-1$，则下列关系正确的是（　　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

二、选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=1$, $3a_{n+1}=S_n$, 则下列命题正确的是（　）

A. $a_2=\dfrac{1}{3}$

B. $a_n=(\dfrac{4}{3})^{n-1}$

C. $S_n=(\dfrac{4}{3})^{n-1}$

D. $a_n=S_5\cdot S_7>S_6^2$

10. 已知圆 $C:(x-2)^2+(y-3)^2=1$，点 M（4,2），点 P 在圆 C 上，O 为原点，则下列命题正确的是（　　）

A. M 在圆上

B. 线段 MP 长度的最大值为 $\sqrt{5}+1$

C. 当直线 MP 与圆 C 相切时，$|MP|=2$

D. $\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{MP}$ 的最大值为 $\sqrt{5}+6$

11. 已知 $f(x)=x^3-ax+b, a, b$ 为实数，则满足函数 $f(x)$ 有且仅有一个零点的条件是（　　）

A. $a=-1, b=2$

B. $a=0, b=2$

C. $a=3, b=-1$

D. $a=3, b=3$

12. 已知三棱锥 $A-BCD, BC=AD=\sqrt{2}$，其余棱长均为 $\sqrt{5}$，则下列命题正确的是（　　）

A. 该几何体外接球的表面积为 6π

B. 直线 AB 和 CD 所成的角的余弦值是 $\frac{4}{5}$

C. 若点 M 在线段 CD 上，则 $AM+BM$ 最小值为 3

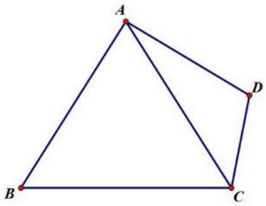
D. A 到平面 BCD 的距离是 $\frac{4}{3}$

非选择题部分

三、填空题（本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

13. 已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$|\vec{a}|=1$，$\vec{b}=(1,-1)$，$\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则 $|\vec{a}+2\vec{b}|$ 的值是 ______ .

14. 如图所示，AC 为平面四边形 $ABCD$ 的对角线，设 $CD=1$，$\sin\angle ACD=2\sin\angle CAD$，$\triangle ABC$ 为等边三角形，则四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为 ________ .



15. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 A，上顶点为 B，O 为坐标原点，椭圆上的两点 $M(x_M,y_M),N(x_N,y_N)$ 分别在第一，第二象限内，若 ΔOAN 与 ΔOBM 的面积相等，且 $x_M^2+x_N^2=3b^2$，则椭圆 C 的离心率为 _______ .

16. 函数 $y=[x]$ 为数学家高斯创造的取整函数，$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $[0.90]=0,[\lg 99]=1$，已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3=3$，且 $a_n=n(a_{n+1}-a_n)$，若 $b_n=[\lg a_n]$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 2023 项和为_______ .

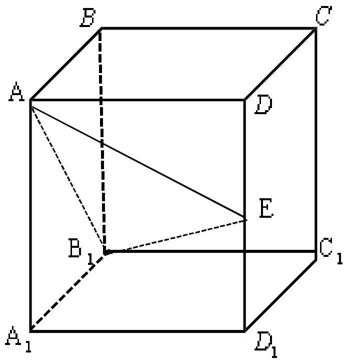
四．解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（10 分）

如图所示，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 E 为线段 DD_1 的中点.

（1）求证：平面 $A_1BD\perp$ 平面 ACC_1A_1；

（2）求 A_1 到平面 AB_1E 的距离.



18．（12 分）

设公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$，$a_3=-10$，a_1，a_2，a_5 成等比数列.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）已知 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求使得 $2S_n\le\dfrac{n}{3}-1$ 成立的最小正整数 n

19．（12 分）

ΔABC 中，三个内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c 且 $a=2$

（1）若 $B+C=\dfrac{5\pi}{6},b=\sqrt{3}\,c$，求 ΔABC 内切圆的半径长；

（2）已知 $A=2C,\sin B=2\sin C$，求 ΔABC 的面积.

20.（12 分）

三门是“中国青蟹之乡”，气候温暖、港湾平静、水质优良，以优越的自然环境成为我国优质青蟹的最佳产区.所产的三门青蟹具有“金爪、绯钳、青背、 黄肚”的特征，以“壳薄、皆黄、肉嫩、味美” 而著称，素有“三门青蟹、横行世界”之美誉；且营养丰富，内含人体所需的 18 种氨基酸和蛋白质、脂肪、钙、磷、铁等营养成分，被誉为“海中黄金，蟹中臻品”.养殖户一般把重量超过 350 克的青蟹标记为 A 类青蟹

(1)现有一个小型养蟹池，已知蟹池中有 50 只青蟹，其中 A 类青蟹有 7 只，若从池中抓了 2 只青蟹．用 ξ 表示其中 A 类青蟹的只数，请写出 ξ 的分布列，并求 ξ 的数学期望 $E(\xi)$；

（2）另有一个养蟹池，为估计蟹池中的青蟹数目 N，小王先从中抓了 50 只青蟹，做好记号后放回池中，过了一段时间后，再从中抓了 20 只青蟹，发现有记号的有 x 只，若 $x=5$，试给出蟹池中青蟹数目 N 的估计值（以使 $P(x=5)$ 取得最大值的 N 为估计值）.

21.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=x\ln x+(2-k)x+2k-3$， $k\in z$

（1）当 $k=2$ 时，求曲线 $f\left(x\right)$ 在点 $(e,f(e))$ 处的切线方程；

（2）若 $x>2$，总有 $f\left(x\right)>0$，求 k 的最大值.

22.（12 分）

已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$，斜率为 1 的直线 l 交 C 于不同于原点的 S,T 两点，点 $M(2,3)$ 为线段 ST 的中点.

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）直线 $y=kx+1$ 与抛物线 C 交于 A,B 两点，过 A,B 分别作抛物线 C 的切线 l_1，l_2，设切线 l_1，l_2 的交点为 P

①求证：ΔPAB 为直角三角形.

②记 ΔPAB 的面积为 S，求 S 的最小值，并指出 S 最小时对应的点 P 的坐标.