

2022 ~ 2023 学年第二学期高二年级期中质量监测

数 学 试 卷

(考试时间:上午 8:00—9:30)

说明:本试卷为闭卷笔答,答题时间 90 分钟,满分 100 分。

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 某班有 25 名同学,春节期间若互发一条问候微信,则他们发出的微信总数是
 A. 50 B. 100 C. 300 D. 600
2. 某市对机动车单双号限行进行了调查,在参加调查的 2748 名有车人中有 1760 名持反对意见,2652 名无车人中有 1400 名持反对意见,在运用这些数据说明“拥有车辆”与“反对机动车单双号限行”是否相关时,用下列哪种方法最有说服力
 A. 平均数 B. 方差 C. 独立性检验 D. 回归直线方程
3. $(x + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中 x^2 的系数为
 A. 15 B. 12 C. 6 D. 1
4. 在某个小长假期间,某办公室要从 4 名职员中选出若干人在 3 天假期值班,每天只需 1 人值班,则不同的排班方法有
 A. 12 种 B. 24 种 C. 64 种 D. 81 种
5. 设随机变量 $X \sim N(1, \sigma^2)$,若 $P(X > 2) = 0.2$,则 $P(X > 0) =$
 A. 0.5 B. 0.6 C. 0.7 D. 0.8

6. 根据历年气象统计资料,某地4月份的任一天刮东风的概率为 $\frac{3}{10}$,下雨的概率为 $\frac{11}{30}$,

既刮东风又下雨的概率为 $\frac{4}{15}$.则4月8日这一天,在刮东风的条件下下雨的概率为

- A. $\frac{11}{28}$ B. $\frac{9}{11}$ C. $\frac{4}{25}$ D. $\frac{8}{9}$

7. 随机变量 X 的取值为 $0, 1, 2$,若 $P(X=0)=\frac{1}{4}, E(X)=1$,则 $D(X)=$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

8. 中国南北朝时期的著作《孙子算经》中,对同余除法有较深的研究.设 $a, b, m(m>0)$

为整数,若 a 和 b 被 m 除得的余数相同,则称 a 和 b 对模 m 同余,记为 $a \equiv b \pmod{m}$.若

$a = C_{20}^0 + C_{20}^1 \times 3 + C_{20}^2 \times 3^2 + \dots + C_{20}^{20} \times 3^{20}, a \equiv b \pmod{5}$,则 b 的值可以是

- A. 2020 B. 2021 C. 2022 D. 2023

二、选择题(本题共4小题,每小题3分,共12分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得3分,部分选对的得2分,有选错的得0分)

9. 对于样本相关系数 r ,下列说法正确的是

- A. r 的取值范围是 $[-1, 1]$
B. $|r|$ 越大,相关程度越弱
C. $|r|$ 越接近于0,成对样本数据的线性相关程度越强
D. $|r|$ 越接近于1,成对样本数据的线性相关程度越强

10. 某医院派出甲、乙、丙、丁4名医生到 A, B, C 三所学校指导“甲型H1N1流行性感冒”防护工作,每名医生只能到一所学校工作,则下列结论正确的是

- A. 所有不同分派方案共 4^3 种
B. 若每校至少分派1名医生,则所有不同分派方案共36种
C. 若每校至少派1名医生,且医生甲必须到A校,则所有不同分派方案共12种
D. 若C校最多派1名医生,则所有不同分派方案共48种

11. 大数据时代为媒体带来了前所未有的丰富数据资源和先进的数据科学技术,在 AI 算法的驱动下,无论是图文编辑、视频编辑,还是素材制作,所有的优质内容创作都变得更加容易. 已知某数据库有视频 a 个,图片 b 张($a, b \in \mathbb{N}$ 且 $a > b > 1$),从中随机选出一个视频和一张图片,记“视频甲和图片乙入选”为事件 A ,”视频甲入选”为事件 B ,”图片乙入选”为事件 C ,则下列判断中正确的是
- A. $P(A) = P(B) + P(C)$
- B. $P(A) = P(B) \cdot P(C)$
- C. $P(\bar{A}) > P(\bar{B}C) + P(B\bar{C})$
- D. $P(\bar{B}C) < P(B\bar{C})$
12. 第 22 届世界杯足球赛于 2022 年 11 月 20 日到 12 月 18 日在卡塔尔举行. 世界杯足球赛的第一阶段是分组循环赛,每组四支队伍,每两支队伍比赛一场,比赛双方若有胜负,则胜方得 3 分,负方得 0 分;若战平,则双方各得 1 分. 已知某小组甲、乙、丙、丁四支队伍小组赛结束后,甲队积 7 分,乙队积 6 分,丙队积 4 分,则
- A. 甲、丁两队比赛,甲队胜
- B. 丁队至少积 1 分
- C. 乙、丙两队比赛,丙队负
- D. 甲、丙两队比赛,双方战平

三、填空题(本题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

13. 某市的有线电视可以接收中央台 12 个频道,本地台 8 个频道和其他省市 40 个频道的节目. 若有 3 个频道正在转播同一个节目,其余频道正在播放互不相同的节目,则一台电视可以选看的不同节目共有_____个.
14. 已知回归方程 $\hat{y} = 2x + 1$, 而试验中的一组数据是 $(2, 5.1), (3, 6.9), (4, 8.9)$, 则其残差平方和是_____.
15. 某射击小组共有 20 名射手,其中一级射手 4 人,二级射手 8 人,三级射手 8 人. 若一、二、三级射手通过选拔进入比赛的概率分别是 0.9, 0.7, 0.4. 则任选一名射手通过选拔进入比赛的概率是_____.
16. 已知一袋中有标号为 1、2、3、4 的卡片各一张,每次从中取出一张,记下号码后放回,当四种号码全部记下时即停止,则恰好取完 6 次卡片时停止的概率为_____.

四、解答题(本题共5小题,共48分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分8分)

在 $\left(ax + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中,前三项的二项式系数之和等于79.

(1)求 n 的值;

(2)若展开式中的常数项为 $\frac{55}{2}$,求 a 的值.



18. (本小题满分10分)

某校高二年级为研究学生数学成绩与语文成绩的关系,采取有放回简单随机抽样,从高二学生中抽取样本容量为200的样本,将所得数学成绩与语文成绩的样本观测数据整理如下:

		语文成绩		合计
		优秀	不优秀	
数学成绩	优秀	50	30	80
	不优秀	40	80	120
合计		90	110	200

(1)根据 $\alpha = 0.01$ 的独立性检验,能否认为数学成绩与语文成绩有关联?

(2)在人工智能中常用 $L(B|A) = \frac{P(B|A)}{P(\bar{B}|A)}$ 表示在事件 A 发生的条件下事件 B 发生的优势,

在统计中称为似然比. 现从该校学生中任选一人, A 表示“选到的学生语文成绩不优秀”, B 表示“选到的学生数学成绩不优秀”. 请利用样本数据,估计 $L(B|A)$ 的值.

附:

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

α	0.05	0.01	0.001
χ_α	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分10分)

某种人脸识别方法,采用了视频分块聚类的自动识别系统.规定:某区域内的 n 个点

$P_i(x_i, y_i, z_i)$ 的深度 z_i 的均值为 $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$,标准差为 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu)^2}$,深度 $z_i \notin (\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$

的点视为孤立点.下表给出某区域内8个点的

P	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
x_i	15.1	15.2	15.3	15.4	15.5	15.4	15.4	13.8
y_i	15.1	14.2	14.3	14.4	14.5	15.4	14.4	15.4
z_i	20	12	13	15	16	14	12	18

- (1)根据以上数据,计算 σ 的值;
- (2)判断表中各点是否为孤立点.

20. (本小题满分10分)说明:请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A)在某次数学考试中,共有四道填空题,每道题5分.已知某同学对于前三道题,每道题答对的概率均为 $\frac{4}{5}$,答错的概率均为 $\frac{1}{5}$;对于第四道题,答对和答错的概率均为 $\frac{1}{2}$.

(1)求该同学在本次考试中填空题得分不低于15分的概率;

(2)设该同学在本次考试中,填空题的总得分为 X ,求 X 的分布列及均值.

(B)在某次数学考试中,共有四道填空题,每道题5分.已知某同学对于前两道题,每道题答对的概率均为 $\frac{5}{6}$,答错的概率均为 $\frac{1}{6}$;对于第三道题,答对和答错的概率均为 $\frac{1}{2}$;对于最后一道题,答对的概率为 $\frac{1}{3}$,答错的概率为 $\frac{2}{3}$.

(1)求该同学在本次考试中填空题得分不低于15分的概率;

(2)设该同学在本次考试中,填空题的总得分为 X ,求 X 的分布列及均值.

21. (本小题满分10分)说明:请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A)随着时代的不断发展,社会对高素质人才的需求不断扩大,我国本科毕业生中考研人数也不断攀升,2020年的考研人数是341万人,2021年考研人数是377万人.某中学数学兴趣小组统计了本省5所大学2022年的毕业生人数及考研人数(单位:千人),收集数据如下表所示.

	A大学	B大学	C大学	D大学	E大学
2022年毕业生人数 x (千人)	7	6	5	4	3
2022年考研人数 y (千人)	2.5	2.3	1.8	1.9	1.5

(1)利用最小二乘估计建立 y 关于 x 的线性回归方程;

(2)该小组又利用上表数据建立了 x 关于 y 的线性回归方程,并把这两条拟合直线画在同一坐标系 xOy 下,横坐标 x ,纵坐标 y 的意义与毕业生人数 x 和考研人数 y 一致.请比较前者与后者的斜率 k_1 与 k_2 的大小.

(B)随着时代的不断发展,社会对高素质人才的需求不断扩大,我国本科毕业生中考研人数也不断攀升,2020年的考研人数是341万人,2021年考研人数是377万人.某中学数学兴趣小组统计了本省15所大学2022年的毕业生人数 x 及考研人数 y (单位:千人),经计算得:

$$\sum_{i=1}^{15} x_i = 75, \sum_{i=1}^{15} y_i = 30, \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 = 30, \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 9.$$

(1)利用最小二乘估计建立 y 关于 x 的线性回归方程;

(2)该小组又利用收集的数据建立了 x 关于 y 的线性回归方程,并把这两条拟合直线画在同一坐标系 xOy 下,横坐标 x ,纵坐标 y 的意义与毕业生人数 x 和考研人数 y 一致.

①比较前者与后者的斜率 k_1 与 k_2 的大小;

②求这两条直线公共点的坐标.

附: y 关于 x 的回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中,斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

$$\text{相关系数: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}.$$