

郑州市 2022—2023 学年下学期期末考试

高中一年级数学 评分参考

一、单选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	C	B	B	B	D	C

二、多选题

题号	9	10	11	12
答案	AC	AC	ABD	BCD

三、填空题

13. 93.5; 14. 19π ; 15. $[-3, 1]$; 16. $\sqrt{2} + 1$.

四、解答题

$$17. (1) \because \vec{a} \cdot \vec{b} = (2\vec{e}_1 + \vec{e}_2)(2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1) = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 - 6 + 2 = -\frac{7}{2},$$

$$\text{所以 } |\vec{a}| = \sqrt{(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2)(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2)} = \sqrt{7}.$$

$$\text{且 } |\vec{b}| = \sqrt{(2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1)(2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1)} = \sqrt{7},$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = -\frac{1}{2}, \text{ 又因为 } \theta \in [0, \pi],$$

$$\therefore \theta = \frac{2\pi}{3} \dots \dots \dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \vec{c} = m(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2) + n(2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_1) = (2m - 3n)\vec{e}_1 + (m + 2n)\vec{e}_2 = 4\vec{e}_1 - \frac{3}{2}\vec{e}_2,$$

$$\therefore \begin{cases} 2m - 3n = 4, \\ m + 2n = -\frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}, n = -1 \dots \dots \dots 10 \text{ 分}$$

18. (1) 小组 A 的打分中, 选手得分的均值

$$\bar{x}_1 = \frac{7.3 + 7.5 + 7.8 + 7.8 + 8.0 + 8.0 + 8.2 + 8.3 + 8.5 + 8.6}{10} = 8, \text{ 2 分}$$

小组 B 的打分中, 选手得分的均值

$$\bar{x}_2 = \frac{6.8 + 7.5 + 7.6 + 7.8 + 7.8 + 8 + 8 + 8.5 + 9 + 9}{10} = 8, \text{ 4 分}$$

(2) 选择方差度量打分一致性 \dots \dots \dots 6 分

A 组的方差

$$s_1^2 = \frac{0.49 + 0.25 + 0.04 + 0.04 + 0.04 + 0.09 + 0.25 + 0.36}{10} = 0.156, \text{ 8 分}$$

B 组的方差

$$s_2^2 = \frac{1.2^2 + 0.5^2 + 0.4^2 + 0.2^2 + 0.2^2 + 0.5^2 + 1 + 1}{10} = 0.418, 10 \text{ 分}$$

由以上数据可得，B 组的打分方差较大，所以，A 组为专业组，B 组为观众组.12 分
19. (1) 如图，取 A_1C_1 的中点 O ，连接 B_1O ， BO ，则 $B_1O \perp A_1C_1$ ，

又 $BA_1 = BC_1$ ， O 为 A_1C_1 的中点，故 $BO \perp A_1C_1$ ，
故 $\angle BOB_1$ 是二面角 $B - A_1C_1 - B_1$ 的平面角.

因为 $BB_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ， $OB_1 \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ，
所以 $BB_1 \perp OB_1$.

设正方体的棱长为 4，则 $OB_1 = 2\sqrt{2}$ ，

在 $\text{Rt} \triangle BB_1O$ 中， $\tan \angle BOB_1 = \frac{BB_1}{OB_1} = \sqrt{2}$ ，

所以二面角 $B - A_1C_1 - B_1$ 的正切值为 $\sqrt{2}$6 分

(2) 作出交线如图所示，8 分

作 DD_1 中点 H ，连接 AH ， HF ，

因为 $ABFH$ 是平行四边形，

所以 $BF \parallel AH$.

在 $\triangle AHD$ 中， EG 为中位线，故 $EG \parallel AH$ ，

所以 $EG \parallel BF$ ，故 B, E, G, F 四点共面.

所以过 B, E, F 三点的平面与正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 表面的交线是四边形 $BEGF$ ，周长为 $5\sqrt{5} + \sqrt{17}$.
.....12 分

20. (1) 由已知，高一、高二、高三学生人数之比为
6:9:10，3 分

由于采取分层抽样的方法从中抽取 250 位学生，

因此应从高一、高二、高三学生中分别抽取 60 人，90 人，100 人.6 分

(2) (1) 从已知的 6 人中随机抽取 2 人的所有可能结果为

$\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{A, E\}, \{A, F\}$ ， $\{B, C\}, \{B, D\}, \{B, E\}, \{B, F\}$ ， $\{C, D\}, \{C, E\}, \{C, F\}$ ，
 $\{D, E\}, \{D, F\}, \{E, F\}$ ，共 15 种；8 分

(2) 由表格知，符合题意的所有可能结果为
 $\{A, B\}, \{A, D\}, \{A, E\}, \{A, F\}, \{B, D\}, \{B, E\}, \{B, F\}, \{C, E\}, \{C, F\}, \{D, F\}, \{E, F\}$ ，共 11 种，10 分

所以，事件 M 发生的概率 $P(M) = \frac{11}{15}$12 分

21. (1) 由 $\sin(B - A) = \sin C + \sin A$ 得， $\sin(B - A) = \sin(A + B) + \sin A$ ，

所以 $\sin A = \sin(B - A) - \sin(A + B) = -2\cos B \sin A$ ，又 $0 < B < \pi$ ，

所以 $\cos B = -\frac{1}{2}$ ，所以 $B = \frac{2\pi}{3}$ ；6 分

(2) 正确条件为①③，8 分

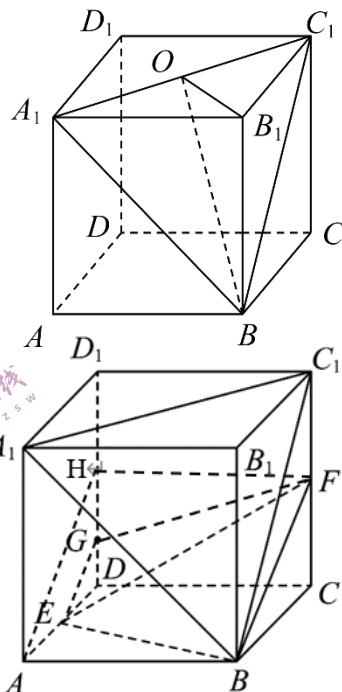
由 $2a \cos B = a^2 + c^2 - b^2$ ，则 $a = 5$ ，

又 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = 5\sqrt{3}$ ，可得 $c = 4$ ，

由等面积法： $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle DBC}$ ，

$$\therefore \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} BA \cdot BD \cdot \sin \frac{B}{2} + \frac{1}{2} BC \cdot BD \cdot \sin \frac{B}{2}.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot BD \cdot \sin \frac{B}{2} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot BD \cdot \sin \frac{B}{2}.$$



$$\therefore BD = \frac{20}{9} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

22. (1)由题知：连接 AB_1 ，

设 $A_1B \cap AB_1 = D$ ，由题意知：四边形 ABB_1A_1 是正方形.

$$\therefore A_1B \perp AB_1.$$

又 $\because$ 平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 A_1BC , 且平面 $ABB_1A_1 \cap$ 平面 $A_1BC = A_1B, AB_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1 ,

$$\therefore AB_1 \perp \text{平面} A_1BC. \text{ 且 } BC \subset \text{平面} A_1BC.$$

$$\therefore AB_1 \perp BC.$$

$$\text{又由题意知：} BB_1 \perp BC, AB_1 \cap BB_1 = B_1,$$

$$\therefore BC \perp \text{平面} ABB_1A_1. \therefore BC \perp AB.$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(2) 由(1)知：直线 AC 在平面 A_1BC 内的射影为 DC ，

则 $\angle DCA$ 即为直线 AC 与平面 A_1BC 所成角，

在 $Rt\triangle ADC$ 中， $AD = \sqrt{2}, AC = 4$ ，

$$\therefore \sin \angle DCA = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 与平面 } A_1BC \text{ 所成角正弦值为 } \frac{\sqrt{2}}{4} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$