

## 高三教学质量检测（一）

### 数学试题

本试卷共 22 题，全卷满分 150 分，考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，请将答题卡上交。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集  $U = [-2, 9]$ ,  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{-2, 0, 2, 5\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$  ( )  
A.  $\{0, 2\}$                       B.  $\{-2, 5\}$                       C.  $\{-2, 2, 5\}$                       D.  $\{-2, 0, 2\}$
2. 下列各命题的否定为真命题的是 ( )  
A.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$                       B.  $\exists x \in \mathbb{R}, 2^x > x^2$   
C.  $\exists x \in \mathbb{R}^+, \left(\frac{1}{3}\right)^x > \log_2 x$                       D.  $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \sin x < x$
3. 函数  $f(x) = 2\cos^2 x - 1$  的图象在点  $M\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$  处的切线方程为 ( )  
A.  $2x + 4y - \pi = 0$                       B.  $2x - 4y - \pi = 0$                       C.  $4x + 2y - \pi = 0$                       D.  $4x - 2y + \pi = 0$
4. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + (1 - 3a)x + 2 \geq 0$  的解集为  $A$ , 设  $B = \{-1, 1\}$ ,  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的取值范围为 ( )  
A.  $-\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{1}{4}$                       B.  $-\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{3}{2}$                       C.  $a \leq -\frac{1}{4}$                       D.  $a \geq \frac{3}{2}$
5. 已知直线  $l$  和两个不同的平面  $\alpha, \beta$ , 则下列结论正确的是 ( )  
A. 若  $l \parallel \alpha, l \perp \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$                       B. 若  $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$ , 则  $l \parallel \beta$   
C. 若  $\alpha \parallel \beta, l \parallel \alpha$ , 则  $l \parallel \beta$                       D. 若  $\alpha$  和  $\beta$  相交,  $l$  与  $\alpha$  相交, 则  $l$  与  $\beta$  一定也相交
6. 已知  $a = \sin 3$ ,  $b = \ln 2$ ,  $c = 2^{0.3}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )

- A.  $a < b < c$       B.  $c < b < a$       C.  $b < a < c$       D.  $a < c < b$

7. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边长分别为  $a, b, c$ , 则下列结论正确的为 ( )

- A.  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  不可能构成一个三角形的三边长  
B.  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  可以构成一个直角三角形的三边长  
C.  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  可以构成一个锐角三角形的三边长  
D.  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  可以构成一个钝角三角形的三边长

8. 已知偶函数  $f(x)$  的定义域为  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 对任意  $x > 0$ , 都有  $f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ , 且当  $x \in [1, 2)$  时,

$f(x) = \sin \pi x$ , 则函数  $g(x) = f(x) - \frac{1}{3} \log_2 |x| + 1$  的零点的个数为 ( )

- A. 8      B. 10      C. 12      D. 14

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选的不选得 0 分.

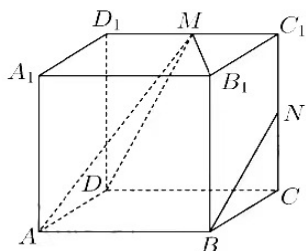
9. 下列命题为真命题的是 ( )

- A. 若  $ac^2 < bc^2$ , 则  $a < b$       B. 若  $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ , 则  $a^2 + b^2 > 2(a - b - 1)$   
C. 若  $a > b$ , 则  $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$       D. 若  $a < b < 0$ , 则  $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} > a + b$

10. 将函数  $f(x) = 3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$  图象上所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  倍, 纵坐标不变, 得到函数  $g(x)$  的图象, 则下列结论正确的为 ( )

- A. 函数  $h(x) = f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  为偶函数  
B. 直线  $x = \frac{19}{24}\pi$  是函数  $g(x)$  图象的一条对称轴  
C.  $\left[-\frac{17\pi}{24}, -\frac{11\pi}{24}\right]$  是函数  $g(x)$  的一个单调递减区间  
D. 将  $g(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度可以得到函数  $y = 3 \sin 4x$  的图象

11. 如图, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = AB = 4, BC = 2$ ,  $M, N$  分别为棱  $C_1D_1, CC_1$  的中点, 则下列说法正确的是 ( )



- A.  $M, N, A, B$  四点共面  
B. 直线  $BN$  与平面  $ADM$  相交  
C. 直线  $BN$  和  $B_1M$  所成的角为  $60^\circ$   
D. 平面  $ADM$  和平面  $A_1B_1C_1D_1$  的夹角的正切值为 2
12. 已知函数  $f(x) = x + \frac{1}{e^x}$ ,  $g(x) = x^m - m \ln x (m < 0)$ , 当  $x \in (1, +\infty)$  时, 关于  $x$  的不等式  $f(x) \geq g(x)$  恒成立, 则下列选项中实数  $m$  可以取到的值为 ( )
- A.  $-4$       B.  $-\frac{10}{3}$       C.  $-e$       D.  $-\frac{5}{4}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 函数  $y = x + \frac{1}{x-2} (x > 2)$  的值域是\_\_\_\_\_.
14. 已知  $\vec{m} = (-1, 3\lambda + 2)$ ,  $\vec{n} = (-\lambda, -1 - 2\lambda)$ , 若  $\vec{m} \perp \vec{n}$ , 则实数  $\lambda =$ \_\_\_\_\_.
15. 已知三棱锥  $P-ABC$  的外接球  $O$  的半径为 5,  $AC = 4$ ,  $\angle ABC = \frac{\pi}{6}$ , 则  $P$  到平面  $ABC$  距离的最大值为\_\_\_\_\_.
16. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 给出以下命题:
- ①若  $\tan A + \tan B + \tan C > 0$ , 则  $\triangle ABC$  为锐角三角形;
  - ②若  $a \cos A = b \cos B$ , 则  $\triangle ABC$  为等腰三角形;
  - ③若  $b \cos C + c \cos B = b$ , 则  $\triangle ABC$  为等腰三角形;
  - ④若  $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ , 则  $\triangle ABC$  为等边三角形.
- 以上命题中, 所有真命题的序号为\_\_\_\_\_.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 试分别解答下列两个小题:

- (1) 已知函数  $f(x) = \sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}$  的定义域为  $A$ , 当  $x \in A$  时, 函数  $g(x) = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{3}x + \frac{\pi}{6}\right)$  的图象与直线  $y = m$  没有公共点, 求实数  $m$  的取值范围;

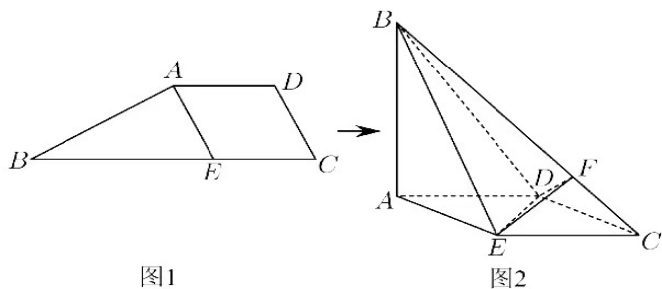
(2) 若奇函数  $y=f(x)$  是定义在  $[-1,1]$  上的减函数, 且  $f(1-2a)+f(1-4a^2)<0$ , 求实数  $a$  的取值范围.

18. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b+c=2a$ ,  $3b\sin C=4c\sin A$ .

(1) 求  $\cos B$  的值;

(2) 求  $\sin\left(B-\frac{\pi}{3}\right)+2\cos^2\frac{B}{2}$  的值.

19. 在图 1 中, 四边形  $ABCD$  为梯形,  $AD\parallel BC$ ,  $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$ ,  $\angle BCD=\frac{\pi}{3}$ ,  $AD=CD=2$ , 过点  $A$  作  $AE\perp AB$ , 交  $BC$  于  $E$ . 现沿  $AE$  将  $\triangle ABE$  折起, 使得  $BC\perp DE$ , 得到如图 2 所示的四棱锥  $B-AECD$ , 在图 2 中解答下列两问:



(1) 求四棱锥  $B-AECD$  的体积;

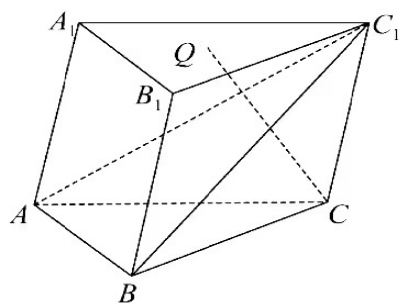
(2) 若  $F$  在侧棱  $BC$  上,  $BF=\frac{3}{4}BC$ , 求证: 二面角  $C-EF-D$  为直二面角.

20. 已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边, 且满足  $b\cos C+\sqrt{3}b\sin C-a-c=0$ ,  $AC=4\sqrt{3}$ ,  $D$  为  $BC$  边上的一个点.

(1) 若  $\triangle ACD$  的面积为  $2\sqrt{3}$ ,  $AD=2$ , 求  $CD$  的长;

(2) 若  $AB=AD$ ,  $f(C)=2AD\cos C+CD\cos C$ , 求  $f(C)$  的最大值及此时角  $C$  的大小.

21. 如图, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $AB=BC=2$ , 平面  $ABC_1\perp$  平面  $BB_1C_1C$ .



(1) 求证:  $AB\perp$  平面  $BB_1C_1C$ ;

(2) 若  $\angle BB_1C_1 = 120^\circ$ ,  $Q$  是  $\triangle A_1B_1C_1$  的重心, 直线  $A_1B_1$  与  $CQ$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ , 求直线  $CQ$  和

平面  $ABC_1$  所成角的正弦值.

22. 已知函数  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ .

(1) 这比较  $f(x)$  与  $1 - \frac{x^2}{6}$  的大小;

(2) 求证: 当  $0 < x \leq 1.1$  时,  $f(x) > \frac{\ln(1+x)}{x}$ . 参考数据:  $2.1^4 = 19.4481, 2.7^3 = 19.683$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

