

高二数学(文科)试题

下 注意事项:

1. 本试题共 4 页, 满分 150 分, 时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 监考员将答题卡按顺序收回, 装袋整理; 试题不回收.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位, 若 $a+2i$ 与 $1+bi$ 互为共轭复数, 则 $b =$
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
2. 全集 $U = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, 集合 $A = \{-2, -1\}$, $B = \{-3, -1, 0\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$
A. $\{-1\}$ B. $\{-3, -1, 0, 1\}$ C. $\{-3, 0\}$ D. $\{-3\}$
3. 已知抛物线 $C: y^2 = 2x$ 上一点到 y 轴的距离是 3, 则该点到抛物线 C 焦点的距离是
A. 3 B. $\frac{7}{2}$ C. 4 D. $\frac{9}{2}$
4. “ $x \geq 1$ ”是“ $x > 1$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
5. 中国农历的“二十四节气”, 凝结着中华民族的智慧, 是中国传统文化的结晶, 如六月有芒种、夏至, 七月有小暑、大暑. 现从六月、七月这四个节气中任选两个节气, 则这两个节气恰在同一个月的概率为
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{10}$
6. 设 O 为原点, 点 P 在圆 $C: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 上, 若直线 OP 与圆 C 相切, 则 $|OP| =$
A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{14}$

7. 若 $a > 1, b > 1$, 且 $a \neq b$, 则 $a^2 + b^2, 2ab, a + b, 2\sqrt{ab}$ 中最大的是
- A. $a^2 + b^2$ B. $2ab$ C. $a + b$ D. $2\sqrt{ab}$
8. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, $\vec{BD} = 2\vec{DC}$, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{AD} =$
- A. 6 B. 3 C. $\frac{15}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
9. 在射击比赛中, 甲乙两人对同一目标各进行一次射击, 甲击中目标的概率为 $\frac{3}{5}$, 乙击中目标的概率为 $\frac{4}{5}$, 则在目标被击中的情况下, 甲击中目标的概率为
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{12}{25}$ C. $\frac{15}{23}$ D. $\frac{3}{7}$
10. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq 0, \\ 2x + y \geq 0, \\ x \leq 2, \end{cases}$ 则 $z = 3x - 2y$ 的最大值为
- A. 0 B. 2 C. 14 D. 16
11. 某比赛决赛阶段有甲, 乙, 丙, 丁四名选手参加, 在成绩公布前, A, B, C 三人对成绩作出如下预测: A 说: 乙肯定不是冠军; B 说: 冠军是丙或丁; C 说: 甲和丁都不是冠军. 成绩公布后, 发现三人中只有一人预测错误, 则冠军得主是
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁
12. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x + 1 - m$ 有三个零点, 则实数 m 的取值范围是
- A. $(-1, 3)$ B. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
C. $(-2, 2)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知 $\cos \alpha = -\frac{1}{3}, \alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\sin \alpha$ 的值为 _____.
14. 已知复数 $z = \frac{5}{2+i}$, 则 $|z| =$ _____.
15. 棱长为 1 的正方体的外接球的表面积为 _____.
16. 已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点, 点 $P(0, \sqrt{6}a)$, 直线 PF 与双曲线 C 有且只有一个公共点, 则双曲线 C 的离心率为 _____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \sin B - \sqrt{3} b \cos A = 0$.

(I) 求角 A ;

(II) 若 $a = \sqrt{7}, b = 2$, 求 c .

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_3 = 5, S_{10} = 100$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

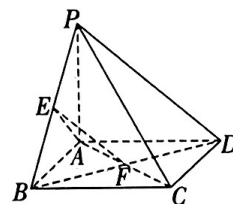
(II) 设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 5 项和.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD, PA = AD = 2, E$ 是 PB 的中点, F 是 AC 与 BD 的交点.

(I) 证明: $BD \perp$ 平面 PAC ;

(II) 求三棱锥 $E-ABF$ 的体积.



(第 19 题图)

20. (本小题满分 12 分)

汽车尾气中含有污染物, 且汽车在使用若干年之后排放的尾气中的污染物浓度会出现增大的现象, 所以国家根据机动车使用和安全技术、排放检验状况, 对达到报废标准的机动车实行强制报废. 某环保组织为了解公众对机动车强制报废标准的了解情况, 随机调查了 100 人, 所得数据制成如下列联表:

	不了解	了解	合计
女性	20	30	50
男性	10	40	50
合计	30	70	100

(I) 是否有 95% 的把握认为“对机动车强制报废标准是否了解与性别有关”?

(II) 该环保组织查得某型号汽车的使用年数 t 与排放的尾气中 CO 浓度 $y\%$ 的数据如下表:

t	2	4	6	8	10
y	0.3	0.3	0.5	0.7	0.8

若该型号汽车的使用年数不超过 12 年, 可近似认为 y 与 t 线性相关. 试确定 y 关于 t 的线性回归方程.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

在线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (a-1)\ln x + x + \frac{a}{x}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(I) 若 $a=1$, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程;

(II) 若对于任意 $x \in (1, e]$, 都有 $f(x) - \frac{a}{x} > 0$ 成立, 求 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(0, 1)$, 且椭圆的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 斜率存在的直线 l 过点 $A(1, 0)$, 且与椭圆相交于 C, D 两点, 椭圆的右顶点为 B , 试判断 $\angle CBD$ 是否能成为直角. 若能为直角, 求出直线 l 的方程, 若不能, 请说明理由.