2022～2023 学年新乡高三第三次模拟考试

数学(文科)

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $U=\{x|-3<x\leqslant 4\}$，$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$，则 $\complement_U A=$

A. $[-3,-1]$　　B. $(-3,-1]$

C. $(-3,-1)$　　D. $[-3,-1)$

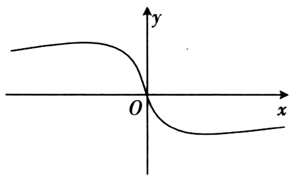
2. 已知 $a\in\mathbf{R}$，复数 $(a+\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})$ 是实数，则 $a=$

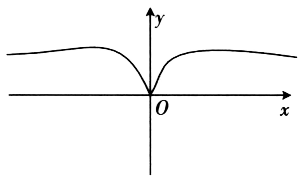
A. 2　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 3　　D. -2

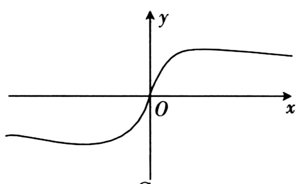
3. 已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_4=6$，且 a_2,a_4,a_5 成等比数列，S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_6=$

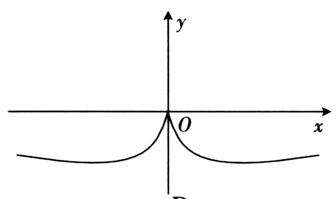
A. 45　　B. 42　　C. 84　　D. 135

4. 函数 $f(x)=\dfrac{3\ln(\sqrt{x^2+1}+x)}{1+|x|}$ 的部分图象大致为

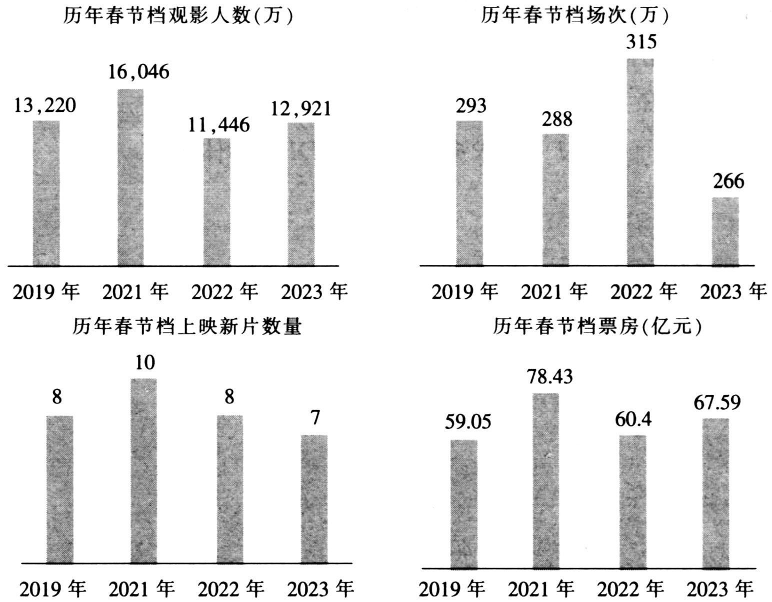

A


B


C


D

5. 一度跌入低谷的中国电影市场终于在兔年春节迎来了大爆发. 2023 年春节档(除夕至大年初六)，在《满江红》《流浪地球 2》《熊出没 · 伴我“熊芯”》《无名》《深海》《交换人生》等电影的带动下，全国票房累计 67.59 亿，超越 2022 年同期票房成绩，仅次于 2021 年成为史上第二强春节档. 以下是历年的观影数据，下列选项正确的是



A. 2022 年春节档平均每场观影人数比 2023 年春节档平均每场观影人数多

B. 这 4 年中，每年春节档上映新片数量的众数为 10

C. 这 4 年中，每年春节档票房的极差为 29.38 亿元

D. 这 4 年春节档中，平均每部影片的观影人数最多的是 2023 年

6. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y-1\leqslant 0,\\ 3x+y+1\geqslant 0,\\ y\leqslant 5,\end{cases}$ 则 $z=-\frac{1}{2}x+y$ 的最大值为

A. 7　　B. 6　　C. 2　　D. -1

7. 已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，C 上一点 $M(x_0,x_0)(x_0\neq 0)$ 满足 $|MF|=5$，则 $p=$

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

8. 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(0<\omega<10,0<\varphi<\pi)$ 图象的一个对称中心是 $A(\frac{\pi}{8},0)$，点 $B(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$ 在 $f(x)$ 的图象上，下列说法错误的是

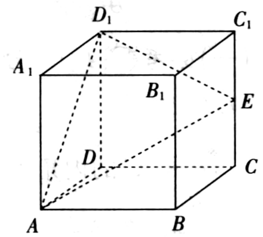
A. $f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{4})$

B. 直线 $x=\frac{5\pi}{8}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴

C. $f(x)$ 在 $[\frac{7\pi}{8},\frac{11\pi}{8}]$ 上单调递减

D. $f(x+\frac{\pi}{8})$ 是奇函数

9. 如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 CC_1 的中点，过 A, D_1, E 三点的截面把正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 分成两部分，则该截面的周长为



A. $3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{2}+\sqrt{5}+3$

C. $\frac{9}{2}$

D. $2\sqrt{2}+2\sqrt{5}+2$

10. 设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，直线 $y=k(x+c)(0<k<\frac{b}{a})$ 与双曲线 C 交于 M, N 两点，若 $\triangle F_2MN$ 为正三角形，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{7}$

11. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，满足 $f(x-2)=2f(x)$，且当 $x\in(0,2]$ 时，$f(x)=x(2-x)$. 若对任意 $x\in[a,+\infty)$，都有 $f(x)\leqslant\frac{3}{8}$ 成立，则 a 的取值范围是

A. $[\frac{7}{2},+\infty)$　　B. $[\frac{5}{2},+\infty)$

C. $(-\infty,-\frac{3}{2}]$　　D. $(-\infty,-\frac{5}{2}]$

12. 已知函数 $f(x)=xe^x$，若函数 $F(x)=[f(x)]^2-m[f(x)]+m-1$ 有 3 个不同的零点，则实数 m 的取值范围为

A. $(0,1)$　　B. $(-\frac{1}{e},0)$

C. $(1-\frac{1}{e},1)$　　D. $(1-\frac{1}{e},1)\cup(1,+\infty)$

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(t-5,3)$，$\boldsymbol{b}=(2,-3)$，且 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $t=$___▲___.

14. 在 $[1,5]$ 上随机取一个实数 a，则 a 在 $f(x)=x^2-4x+1$ 的增区间上的概率为___▲___.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-\frac{1}{3}$，$a_{n+1}-a_na_{n+1}-a_n=0$，则 $a_8=$___▲___.

16. 已知球 O 的体积为 36π，三棱锥 $D-ABC$ 的顶点均在球 O 的表面上，$AB\perp BC$，$\angle CAB=60^\circ$，$BD\perp CD$，$BD=CD$，E 为 AC 的中点，当 $DE=AB$ 时，三棱锥 $D-ABC$ 的体积为___▲___.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.(12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\sqrt{3}b\cos\frac{B+C}{2}-a\sin(A+C)=0$.

(1)求角 A；

(2)若 $a=3$，且 $\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{15}+3$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18.(12 分)

某小区对本小区 1000 户居民的生活水平进行调查统计，月人均收入(单位：元)在 $[1000,2000)$ 的有 150 户，在 $[2000,3000)$ 的有 250 户，在 $[3000,4000)$ 的有 300 户，在 $[4000,5000)$ 的有 200 户，不低于 5000 元的有 100 户.

(1)若本小区每户居民的月人均收入均不超过 6000 元，试估计该小区居民的月人均收入(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)；

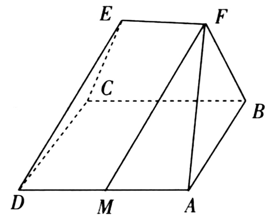
(2)根据月人均收入，按分层抽样的方法从该小区抽取 20 户参加某项幸运家庭活动游戏，游戏结束后，再从这 20 户参加了游戏且月人均收入不低于 4000 元的家庭中随机抽取 2 户参加有奖竞猜，求抽出的 2 户月人均收入均在 $[4000,5000)$ 的概率.

19.(12 分)

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是正方形，$\triangle ABF$ 是等边三角形，$EF /\!/ AD$，$BC=2EF=4$，M 是 AD 的中点.

(1)证明：$MF /\!/$ 平面 ECD.

(2)当平面 $ABF \perp$ 平面 $ABCD$ 时，求多面体 $ABCDEF$ 的体积.



20.(12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-(2a+1)x+2a\ln x$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21.(12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，$P(x_0,y_0)$ 为 C 上一动点，$|PF_1|$ 的最大值为 $4+2\sqrt{3}$，且长轴长和短轴长之比为 2.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)若 $1<y_0\leqslant 2$，过 P 作圆 $O:x^2+y^2=1$ 的两条切线 l_1,l_2，设 l_1,l_2 与 x 轴分别交于 M,N 两点，求 $\triangle PMN$ 面积的最小值.

(二)选考题：共 10 分. 请考生从第 22，23 两题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\alpha+\sin\alpha, \\ y=\cos\alpha-2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

(2)P 为直线 l 上一点，过 P 作曲线 C 的两条切线，切点分别为 A,B，若 $\angle APB\geqslant\frac{\pi}{2}$，求点 P 的横坐标的取值范围.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-6|$.

(1)若 $a=1$，求不等式 $f(x)\leqslant 11$ 的解集；

(2)若 $a<0$，$f(x)$ 的最小值为 8，且正数 m,n 满足 $m+n=-a$，证明：$m^2+n^2\geqslant 98$.