

海淀区高三年级第二学期期末练习

数 学

2020.6

本试卷共6页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

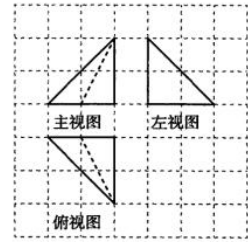
一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

- (1) 若全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x < 1\}$, $B = \{x \mid x > -1\}$, 则
 (A) $A \subseteq B$ (B) $B \subseteq A$ (C) $B \subseteq \complement_U A$ (D) $\complement_U A \subseteq B$
- (2) 下列函数中，值域为 $[0, +\infty)$ 且为偶函数的是
 (A) $y = x^2$ (B) $y = |x - 1|$ (C) $y = \cos x$ (D) $y = \ln x$
- (3) 若抛物线 $y^2 = 12x$ 的焦点为 F , 点 P 在此抛物线上且横坐标为 3, 则 $|PF|$ 等于
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10
- (4) 已知三条不同的直线 l, m, n 和两个不同的平面 α, β , 下列四个命题中正确的为
 (A) 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$ (B) 若 $l \parallel m, m \subset \alpha$, 则 $l \parallel \alpha$
 (C) 若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ (D) 若 $l \parallel \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
- (5) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = 7, b = 8, \cos B = -\frac{1}{7}$, 则 $\angle A$ 的大小为
 (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$
- (6) 将函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x) =$
 (A) $\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ (B) $\sin(2x + \frac{2\pi}{3})$
 (C) $\cos 2x$ (D) $-\cos 2x$

(7) 某三棱锥的三视图如图所示，如果网格纸上小正方形的边长为 1，

那么该三棱锥的体积为

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$
(C) 2 (D) 4

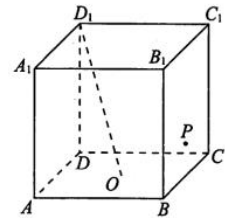


(8) 对于非零向量 a, b , “ $(a+b) \cdot a = 2a^2$ ” 是 “ $a=b$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(9) 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 O 为底面 $ABCD$ 的中心，点 P 在侧面 BB_1C_1C 的边界及其内部运动。若 $D_1O \perp OP$ ，则 $\triangle D_1C_1P$ 面积的最大值为

- (A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (B) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
(C) $\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{5}$



(10) 为了预防新型冠状病毒的传染，人员之间需要保持一米以上的安全距离。某公司会议室共有四行四列座椅，并且相邻两个座椅之间的距离超过一米，为了保证更加安全，公司规定在此会议室开会时，每一行、每一列均不能有连续三人就座。例如下图中第一列所示情况不满足条件（其中“√”表示就座人员）。根据该公司要求，该会议室最多可容纳的就座人数为

√			
√			
√			

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

- (11) 若复数 $(2-i)(a+i)$ 为纯虚数, 则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (12) 已知双曲线 E 的一条渐近线方程为 $y=x$, 且焦距大于 4, 则双曲线 E 的标准方程可以为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出一个即可)
- (13) 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2, a_{n+1}=2a_n, n \in \mathbf{N}^*$. 若其前 k 项和为 126, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (14) 已知点 $A(2, 0), B(1, 2), C(2, 2), |\vec{AP}| = |\vec{AB} - \vec{AC}|, O$ 为坐标原点, 则 $|\vec{AP}| = \underline{\hspace{2cm}}$, \vec{OP} 与 \vec{OA} 夹角的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (15) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax+1, & x \leq 0, \\ |\ln x|, & x > 0. \end{cases}$ 给出下列三个结论:
- ① 当 $a = -2$ 时, 函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty, 1)$;
 - ② 若函数 $f(x)$ 无最小值, 则 a 的取值范围为 $(0, +\infty)$;
 - ③ 若 $a < 1$ 且 $a \neq 0$, 则 $\exists b \in \mathbf{R}$, 使得函数 $y = f(x) - b$ 恰有 3 个零点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 x_2 x_3 = -1$.
- 其中, 所有正确结论的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题共 6 小题, 共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16) (本小题共 14 分)

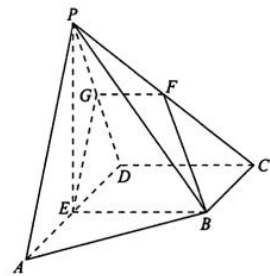
已知 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的无穷等差数列, 其前 n 项和为 S_n . 又 $\underline{\hspace{2cm}}$, 且 $S_5 = 40$, 是否存在大于 1 的正整数 k , 使得 $S_k = S_1$? 若存在, 求 k 的值; 若不存在, 说明理由.

从① $a_1 = 4$, ② $d = -2$ 这两个条件中任选一个, 补充在上面问题中并作答.

注: 如果选择两个条件分别解答, 按第一个解答计分。

(17) (本小题共 14 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $BC \parallel AD$, $\angle ADC = 90^\circ$, $BC = CD = \frac{1}{2}AD = 1$, E 为线段 AD 的中点, $PE \perp$ 底面 $ABCD$, 点 F 是棱 PC 的中点, 平面 BEF 与棱 PD 相交于点 G .



(I) 求证: $BE \parallel FG$;

(II) 若 PC 与 AB 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$, 求直线 PB 与平面 BEF 所成角的正弦值.

(18) (本小题共 14 分)

为了推进分级诊疗, 实现“基层首诊、双向转诊、急慢分治、上下联动”的诊疗模式, 某地区自 2016 年起全面推行家庭医生签约服务. 已知该地区居民约为 2000 万, 从 1 岁到 101 岁的居民年龄结构的频率分布直方图如图 1 所示. 为了解各年龄段居民签约家庭医生的情况, 现调查了 1000 名年满 18 周岁的居民, 各年龄段被访者签约率如图 2 所示.

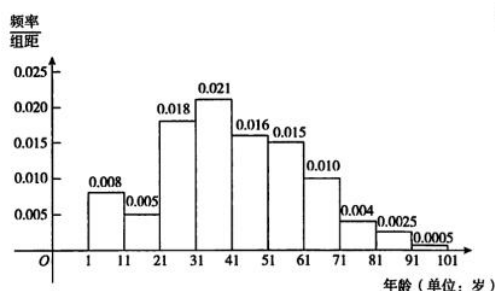


图 1

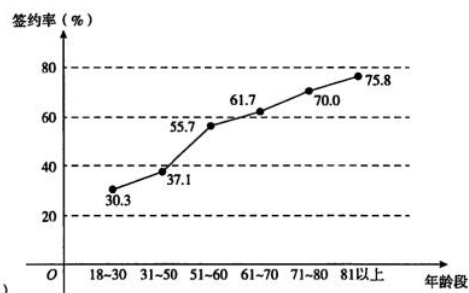


图 2

- (I) 估计该地区年龄在 71~80 岁且已签约家庭医生的居民人数;
- (II) 若以图 2 中年龄在 71~80 岁居民签约率作为此地区该年龄段每个居民签约家庭医生的概率, 则从该地区年龄在 71~80 岁居民中随机抽取两人, 求这两人中恰有 1 人已签约家庭医生的概率;
- (III) 据统计, 该地区被访者的签约率约为 44%. 为把该地区年满 18 周岁居民的签约率提高到 55% 以上, 应着重提高图 2 中哪个年龄段的签约率? 并结合数据对你的结论作出解释.

(19) (本小题共 15 分)

已知椭圆 $W: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过 $A(0, 1)$, $B(0, -1)$ 两点, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I) 求椭圆 W 的方程;

(II) 过点 A 的直线 l 与椭圆 W 的另一个交点为 C , 直线 l 交直线 $y=2$ 于点 M , 记直线 BC , BM 的斜率分别为 k_1, k_2 , 求 $k_1 k_2$ 的值.

(20) (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x(\sin x + \cos x)$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) 求证: 曲线 $y=f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上有且只有一条斜率为 2 的切线.

(21) (本小题共 14 分)

在平面直角坐标系中, O 为坐标原点. 对任意的点 $P(x, y)$, 定义 $\|OP\| = |x| + |y|$.

任取点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 记 $A'(x_1, y_2)$, $B'(x_2, y_1)$, 若此时

$\|OA\|^2 + \|OB\|^2 \geq \|OA'\|^2 + \|OB'\|^2$ 成立, 则称点 A, B 相关.

(I) 分别判断下面各组中两点是否相关, 并说明理由;

① $A(-2, 1)$, $B(3, 2)$; ② $C(4, -3)$, $D(2, 4)$.

(II) 给定 $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 3$, 点集 $\Omega_n = \{(x, y) \mid -n \leq x \leq n, -n \leq y \leq n, x, y \in \mathbb{Z}\}$.

(i) 求集合 Ω_n 中与点 $A(1, 1)$ 相关的点的个数;

(ii) 若 $S \subseteq \Omega_n$, 且对于任意的 $A, B \in S$, 点 A, B 相关, 求 S 中元素个数的最大值.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料:

回复“**答题模板**”, 即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”, 即可获取《高考考前必背知识点》