

时间： 120（分钟） 主命题学校：枣阳一中

分值： 150 分 命题老师：

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求，请将正确选项的代号填涂到答题卡的相应位置。）

1. 设集合 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $B = \{x | y = \sqrt{4 - x^2}\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{2, 3, 4, 6\}$

2. 已知 $\sin(\alpha + \pi) = \frac{3}{5}$ ，且 α 为第三象限角，则 $\tan \alpha =$ ()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

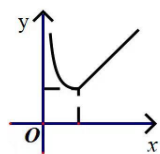
3. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1 + a_3 = 6$ ， $S_{10} = 100$ ，则 $a_5 =$ ()

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

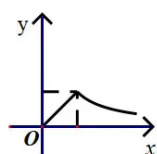
4. 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的函数是 ()

- A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = \ln \frac{1}{|x|}$ C. $y = 2^{|x|}$ D. $y = \cos x$

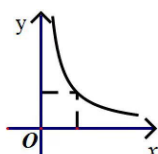
5. 函数 $y = 3^{|\log_3 x|}$ 的图象是 ()



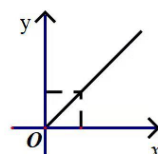
A



B



C



D

6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，若 $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_{12} = 12$ ，则 $a_6 a_7 =$ ()

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

7. 已知定义域为 R 的函数 $f(x)$ 是偶函数，且对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ ， $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 。设

$a = f(\frac{3}{2})$ ， $b = f(\log_3 7)$ ， $c = f(-0.8^3)$ ，则 ()

- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$ C. $b < a < c$ D. $a < c < b$

8. 要得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需把函数 $y = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图象 ()

A. 向左平移 $\frac{5\pi}{24}$ 个单位

B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位

C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位

D. 向右平移 $\frac{5\pi}{24}$ 个单位

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - a, & x \leq 0 \\ 2x - 1, & x > 0 \end{cases}$ ($a \in R$), 若函数 $f(x)$ 在 R 上有两个零点, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(1, +\infty)$

B. $(0, 1]$

C. $(0, 1)$

D. $[-1, 0)$

10. 下列四个命题:

① 函数 $f(x) = \cos x \sin x$ 的最大值为 1;

② “ $\forall x \in R, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ” 的否定是 “ $\exists x_0 \in R, x_0^3 - x_0^2 + 1 > 0$ ”;

③ 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 则有 $\sin A + \sin B + \sin C > \cos A + \cos B + \cos C$;

④ “ $a \leq 0$ ” 是 “函数 $f(x) = |x^2 - ax|$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内单调递增” 的充分必要条件.

其中错误的个数是 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

11. 设 m, k 为整数, 方程 $mx^2 + kx - 2 = 0$ 在区间 $(-1, 1)$ 内有两个不相等的实数根, 则 $m + k$ 的最小值为 ()

A. -8

B. -3

C. 3

D. 8

12. 某学生对函数 $f(x) = x \sin x$ 的性质进行研究, 得出如下的结论:

① 函数在 $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ 上单调递减, 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增;

② 点 $(\pi, 0)$ 是函数图象的一个对称中心; ③ 函数图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称;

④ 存在常数 $M > 0$, 使 $|f(x)| \leq M|x|$ 对一切实数 x 均成立. 其中正确命题的个数是 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请将答案填在答题卡上相应的位置.)

13. 已知函数 $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{-5m-3}$ 是幂函数, 且 $f(x)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的减函数, 则 m 的值为 _____.

14. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足: 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \log_2(1 - x)$, 则 $f(f(7)) =$ _____.

15. 设函数 $f(x) = e^x(x - 1)$, 函数 $g(x) = mx$, 若对于任意的 $x_1 \in [-2, 2]$, 总存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使

得 $f(x_1) > g(x_2)$, 则实数 m 的取值范围是_____.

16. 已知函数 $y = |\sin x|$ 的图象与直线 $y = m(x+2) (m > 0)$ 恰有四个公共点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_1, y_2)$,

$C(x_3, y_1)$, $D(x_4, y_4)$, 其中 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $\frac{(x_4 + 2)}{\tan x_4} =$ _____.

三、解答题: (本大题共 6 个小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分)

命题 p : 实数 a 满足: $f(x) = \ln(x^2 + ax + 4)$ 的定义域为 R ;

命题 q : 函数 $f(x) = \frac{x+a}{x-1}$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减; 如果命题 $p \vee q$ 为真命题, $p \wedge q$ 为假

命题, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \cos^2 x + \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) - \frac{1}{2} (x \in R)$.

(1) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ 上的最大值和最小值;

(2) 若 $f\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{7\pi}{24}\right) = \frac{\sqrt{3}}{10}$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列, a_4 , a_6 是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的根.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (本小题满分12分)

中国“一带一路”战略构思提出后,某科技企业为抓住“一带一路”带来的机遇,决定开发生产一款大型电子设备.生产这种设备的年固定成本为500万元,每生产 x 台,需另投入成本 $c(x)$ (万元),当年产量不足60台时, $c(x)=x^2+20x$ (万元);当年产量不小于60台时, $c(x)=102x+\frac{9800}{x}-2080$ (万元).若每台设备售价为100万元,通过市场分析,该企业生产的电子设备能全部售完.

(1)求年利润 y (万元)关于年产量 x (台)的函数关系式;

(2)当年产量为多少台时,该企业在这—电子设备的生产中所获利润最大?

21. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $\sqrt{3}a \sin C = c \cos A$, $a^2 + c^2 = b^2 + \sqrt{3}ac$.

(1)求 A 和 B 的大小;

(2)若 M, N 是边 AB 上的点, $\angle MCN = \frac{\pi}{3}$, $b = 4$,求 $\triangle CMN$ 的面积的最小值.

22. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax$ ($x \in \mathbb{R}$).

(1)当 $a = 1$ 时,求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2)若 $x \geq 0$ 时, $f(x) + \ln(x+1) \geq 1$,求实数 a 的取值范围.