

2023 年春高一(下)期末联合检测试卷

数 学

数学测试卷共 4 页，满分 150 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答。若在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回。

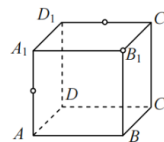
一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 一组数据从小到大排列为 1, 2, 3, 3, 4, 5, 7, 9, 13, 15，估计该组数据的第 75 百分位数为
A. 7 B. 8 C. 9 D. 11
2. 复数 $\frac{2+i}{1-i}$ 的虚部为
A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{2}i$ D. $\frac{3}{2}i$
3. 已知 $\boldsymbol{a}=(1, \sqrt{3})$ ， $\boldsymbol{b}=(-2, 2\sqrt{3})$ ，则 $\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle =$
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
4. 在 $\triangle ABC$ 中， $A=\frac{\pi}{4}$ ， $AC=4$ ，若存在两个 $\triangle ABC$ 满足条件，则 CB 的长可以为
A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. 4
5. 今年 4 月 23 日是第 28 个“世界读书日”，某中学高二数学统计小组发起了一项关于阅读的调查，通过各班小组成员在本班（共四个班级）收集的有效问卷数（份）如下：8, 9, 12, 11，其中关于“每人每天电子阅读时长”（单位：分钟）的各班平均数依次为：105, 120, 115, 100，则据此估计该中学高二学生平均每人每天电子阅读时长为
A. 105 分钟 B. 108 分钟 C. 110 分钟 D. 112 分钟
6. 在一个不透明的袋中有 4 个红球和 n 个黑球，现从袋中有放回地随机摸出 2 个球，已知取出的球中至少有一个红球的概率为 $\frac{8}{9}$ ，则 $n =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
7. 已知圆锥的顶点和底面圆都在球 O 的球面上，圆锥底面半径为 $\sqrt{6}$ ，侧面展开是一个半圆，则球 O 的表面积是
A. 8π B. 9π C. 16π D. 32π

8. 如图，一个棱长为4的正方体封闭容器中，在棱 AA_1 ， C_1D_1 的中点和顶点 B_1 处各有一个小洞，则该容器最

多能盛水

- A. 36
B. 48
C. $\frac{164}{3}$
D. $\frac{181}{3}$



二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 下列说法正确的是

- A. 平行向量不是共线向量
B. 若两个非零向量 $\mathbf{a}$ ， $\mathbf{b}$ 夹角为锐角，则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} > 0$
C. 向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 共线的充要条件是存在唯一实数 λ 使得 $\mathbf{b} = \lambda \mathbf{a}$
D. 向量 $\mathbf{a}$ 在非零向量 $\mathbf{b}$ 上投影向量的长度为 $\frac{|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|}{|\mathbf{b}|}$

10. 某工厂加工一批零件，为了检测加工质量，工厂随机抽取了10个零件进行尺寸的误差检测，若这10个零件中的每个零件的误差都不超过2，则认为该批零件合格。若已知这10个零件的误差统计数据如下，则一定可以判断这批零件合格的是

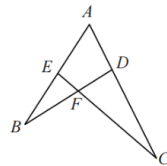
- A. 中位数为0.4，极差为1.5
B. 平均数为1，众数为0.5
C. 平均数为1，方差为1.2
D. 平均数为1，方差为0.01

11. 已知 α ， β 是两个不同的平面， l ， m 是两条不同的直线，下列说法一定正确的是

- A. 若 $\alpha \parallel \beta$ ， $l \subset \alpha$ ，则 $l \parallel \beta$
B. 若 $\alpha \perp \beta$ ， $l \subset \alpha$ ，则 $l \perp \beta$
C. 若 $l \perp \alpha$ ， $\alpha \perp \beta$ ，则 $l \parallel \beta$
D. 若 $l \parallel \alpha$ ， $m \perp \alpha$ ，则 $l \perp m$

12. 如图， $\overline{AB} = 2\overline{AE}$ ， $\overline{AC} = 3\overline{AD}$ ，线段 BD 与 CE 交于点 F ，记 $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ， $\overline{AC} = \mathbf{b}$ ，则

- A. $\overline{DE} = \frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b}$
B. $\overline{DE} = -\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$
C. $\overline{AF} = \frac{3}{5}\mathbf{a} + \frac{2}{15}\mathbf{b}$
D. $\overline{AF} = \frac{2}{5}\mathbf{a} + \frac{1}{5}\mathbf{b}$

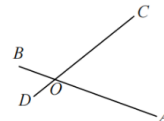


三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 $3+2i$ 是方程 $ax^2+bx+c=0$ (其中 $a, b, c \in \mathbf{R}$) 的一个根，则 $\frac{b+c}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 A, B 事件相互独立，且 $P(AB) = \frac{1}{6}$, $P(\overline{AB}) = \frac{1}{12}$, 则 $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图，有两条直线 AB 和 CD 相交，交点为 O , $\cos \angle AOC = \frac{1}{4}$,



甲、乙两人同时从点 O 分别沿 OA, OC 方向出发，速度分别为

4 km/h, 6 km/h, 2 h 后，两人相距 km.

16. 在四面体 $ABCD$ 中， $AE \perp$ 平面 BCD 于点 E , E 到平面 ABC 的距离为 $\sqrt{3}$, $AD \perp BC$, $BD = CD$,

点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，二面角 $A-BC-D$ 的大小为 60° , 则 $GE = \underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

(1) 计算： $\frac{1+i}{1-i} + \left| \frac{3-i}{1+i} \right|$;

(2) 若复数 $z = 2m^2 - 3m - 2 + (m^2 + m - 6)i$ 在复平面对应的点位于第四象限，求实数 m 的取值范围.

18. (12 分)

设 a, b, c 是直线， α, β, γ 是平面，且 $\alpha \cap \beta = a$, $\beta \cap \gamma = b$, $\gamma \cap \alpha = c$.

(1) 若 $a \parallel b$, 求证： $a \parallel c$;

(2) 若 $a \cap b = P$, 求证： $b \cap c = P$.

19. (12 分)

某校对高一年级 1000 名学生的身高进行了统计，发现这 1000 名学生的身高介于 $[165, 190]$ (单位: cm),

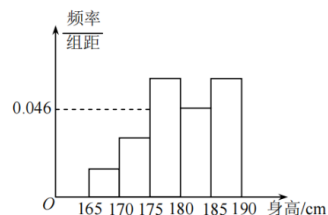
现将数据分成 $[165, 170)$, $[170, 175)$, $[175, 180)$,

$[180, 185)$, $[185, 190]$ 五组，得到如图所示的频率分

布直方图. 已知第五组的频率与第三组的频率相同，

第三组的频率是第二组频率的 2 倍，第二组频率是第一

组频率的 2 倍.



- (1) 求第一组学生的人数，并估计这1000名学生身高（单位：cm）的中位数（保留1位小数）；
- (2) 若采用分层抽样的方法从前两组中抽取6位同学参加某项课外活动，在这6位同学中随机选出2人作为队长，求这两人来自于同一组的概率。

20. (12分)

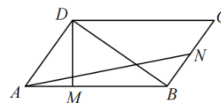
在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边为 a, b, c ， $2\sin A \sin B \sin C + \sin^2 B = \sin^2 A + \sin^2 C$ 。

- (1) 求 B ；
- (2) 设 CD 为边 AB 上的高， AE 为 $\angle BAC$ 的平分线， CD 与 AE 交于点 F ， $b \cos A = 1$ ， $CD = \sqrt{3}$ ，求 $\triangle BCF$ 的面积。

21. (12分)

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM}$ ， N 为 BC 的中点，记 $\overrightarrow{DM} = \mathbf{a}$ ， $\overrightarrow{AN} = \mathbf{b}$ 。

- (1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 表示 $\overrightarrow{BD}$ ；
- (2) 若 $\angle DAB = 60^\circ$ ， $|\mathbf{a}| = \sqrt{3}$ ， $|\mathbf{b}| = \sqrt{13}$ ，求 $\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AD}|}$ 。



22. (12分)

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， M, N, P 分别为棱 AD, BB_1, C_1D_1 的中点， $AD = AA_1 = 2$ ， $AB = 4$ 。

- (1) 过 N 作平面 $\alpha \parallel$ 平面 A_1MP 交直线 C_1B_1 于点 Q ，求 B_1Q ；
- (2) 求四面体 A_1MNP 的体积。

