

绝密★启用前(全国卷)

文科数学试卷

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $2z=1-i$, 则 $|\bar{z}-i|$ =

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

2. 已知集合 $M = \{x | -1 < x < 3\}$, $N = \{x | x^2 < 4\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{x | -3 < x < 1\}$ B. $\{x | -2 < x < 2\}$ C. $\{x | -1 < x < 3\}$ D. $\{x | -1 < x < 2\}$

3. 甲、乙两人进行射击比赛, 分别对同一目标各射击 10 次, 其成绩(环数)如下:

甲的环数	7	7	10	6	10	8	7	9	7	9
乙的环数	7	8	8	9	8	7	7	9	8	9

下列说法正确的是

- A. 甲的平均数大于乙的平均数 B. 甲的中位数等于乙的中位数
C. 甲、乙的众数都是 7 D. 乙的成绩更稳定

4. 已知 a, b 为单位向量, 若 $|a-2b| = \sqrt{3}$, 则 $a \cdot (a-2b) =$

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

5. 已知 $\sin x = \frac{3}{5}$, 其中 $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\tan(2x - \frac{\pi}{4}) =$

- A. -1 B. 49 C. $\frac{31}{17}$ D. $-\frac{17}{31}$

6. 设 a, b 为正数, 且 $2^a = 3 \cdot 9^b$, 则

- A. $a^2 > b$ B. $b^2 > a$ C. $a > b+1$ D. $2b > a$

7. 已知直线 a, b, c 两两异面, 且 $a \perp c, b \perp c$, 下列说法正确的是

- A. 存在平面 α, β , 使 $a \subset \alpha, b \subset \beta$, 且 $c \parallel \alpha, c \parallel \beta, \alpha \perp \beta$
B. 存在平面 α, β , 使 $a \subset \alpha, b \subset \beta$, 且 $c \parallel \alpha, c \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$
C. 存在唯一的平面 γ , 使 $c \subset \gamma$, 且 a, b 与 γ 所成角相等
D. 存在平面 γ , 使 $a \parallel \gamma, b \parallel \gamma$, 且 $c \perp \gamma$

文科数学试题(全国卷)第 1 页(共 4 页)

8. 我国“复兴号”高铁列车是世界上运营速度最快的轮轨列车. 在平直的铁轨上停着一辆“复兴号”高铁列车, 列车与铁轨上表面接触的车轮半径为 R , 且某个车轮上的点 P 刚好与铁轨的上表面接触, 若该列车行驶了距离 s , 则此时 P 到铁轨上表面的距离为
- A. $R \sin \frac{s}{R}$ B. $2R \sin \frac{s}{R}$ C. $R(1 - \cos \frac{s}{R})$ D. $R(1 + \cos \frac{s}{R})$
9. 过坐标原点的直线 l 与圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ 相交, 且将该圆分成的两段弧长之比为 $2:1$, 则 l 的斜率为
- A. $4 \pm \sqrt{15}$ B. $\frac{4 \pm \sqrt{7}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
10. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_7 > 0$, $S_7 < 0$, 则
- A. $a_3 + a_6 < 0$ B. $a_5 + a_8 > 0$ C. $S_4 < S_7$ D. $S_{14} > 3a_9$
11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线交 C 的左、右支分别于点 P, Q . 若 P 为线段 F_1Q 的中点, 且 $\triangle PQF_2$ 是等腰三角形, 则 C 的离心率为
- A. $\sqrt{19}$ B. $\sqrt{17}$ C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{13}$
12. 上、下底面均为等边三角形的三棱台的所有顶点都在同一球面上, 若三棱台的高为 $\sqrt{3}$, 上、下底面边长分别为 $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$, 则该球的体积为
- A. $\frac{32\pi}{3}$ B. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$ C. $4\sqrt{3}\pi$ D. 36π

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 定义域为 \mathbf{R} 的奇函数 $f(x)$ 满足当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 + ax$. 若 $f(1) + f(-3) = 0$, 则 $f(-2) =$ _____.
14. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{1}{2}S_n = (\frac{3}{2})^n - 1$, 则 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} =$ _____.
15. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分别为 AB, BC 的中点, 则多面体 $A_1C_1 - AEFC$ 的体积为 _____.
16. 已知 O 为坐标原点, 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交 C 于 A, B 两点. 若 D 为线段 AB 的中点, 且 $|OD| = \sqrt{13}$, 则 $\|AF\| - \|BF\| =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, $2\sin A = \sin C$, $\cos B = \frac{11}{16}$.

(1) 求 $\sin A$;

(2) 设 D 为边 AB 的中点, 若 $CD = \sqrt{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12分)

某中学为了调查学生每周运动时长, 随机从全校男生和女生中各抽取了90名学生进行问卷调查, 并对每周不同运动时长所对应的人数进行了统计, 得到如下数据:

	每周平均运动时长少于7小时	每周平均运动时长不少于7小时
男生	45	45
女生	60	30

(1) 能否有99%的把握认为男生与女生每周平均运动时长有差异?

(2) 若一所学校全体学生每周平均运动时长不少7小时的人数占比高于40%, 则该校为体育运动达标校.

已知该中学有男生800名, 女生600名, 该中学是否为体育运动达标校? 并说明理由.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

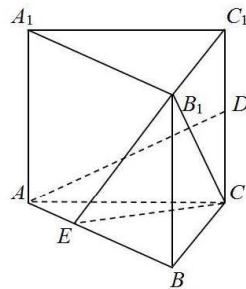
$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19. (12分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, D 为 CC_1 的中点, E 为 AB 上一点, 且 $2AE = BE$.

(1) 证明: $AD \parallel$ 平面 B_1CE ;

(2) 若 $AB = AA_1 = 6$, $BC = 3$, 求点 D 到平面 B_1CE 的距离.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = 2e^x - x - x^2 - a \sin x$.

- (1) 当 $a = 0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 证明: $x = 0$ 不可能是 $f(x)$ 的极值点.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 的右焦点为 F , 上顶点为 B , 点 $P(2, 1)$, 且 $|PF| = |BF|$.

- (1) 求 C 的方程;
- (2) 过 F 的直线交 C 于 M, N 两点, 若 $BM \perp BN$, 求 $\triangle PMN$ 的面积.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1}{4}(t^2 + \frac{1}{t^2}), \\ y = (t - \frac{1}{t})^2 \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正

半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{2}\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{4}) = 1$.

- (1) 求 C 的普通方程和 l 的直角坐标方程;
- (2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = x^2 + mx + n$, 且 $|f(-1)| \leq 1$, $|f(1)| \leq 1$. 证明:

- (1) $-2 \leq f(0) \leq m \leq 1$;
- (2) $|mn| \leq 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线

