2022～2023 学年度下期高二年级期末联考

理科数学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、座位号、准考证号用 0.5 毫米的黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“贴条形码区”。

2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米的黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x|-2<x<2\}$，$B=\{x|x>\sqrt{3}\}$，则 $A\cup B=$

A．$(-2,2)$　　B．$(-2,\sqrt{3})$　　C．$(\sqrt{3},2)$　　D．$(-2,+\infty)$

2．已知 i 为虚数单位，则 $\dfrac{2i}{1-i}=$

A．$-1+i$　　B．$1+i$　　C．$-1+2i$　　D．$1+2i$

3．命题“$\forall x>0$，$\sqrt{x}\geqslant 0$”的否定是

A．$\exists x<0$，$\sqrt{x}\geqslant 0$　　B．$\exists x>0$，$\sqrt{x}<0$

C．$\forall x>0$，$\sqrt{x}<0$　　D．$\forall x<0$，$\sqrt{x}\geqslant 0$

4．已知 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x-y-1\leqslant 0,\\ x+y-1\leqslant 0,\end{cases}$ 则目标函数 $z=-2x+y$ 的最小值为

A．-4　　B．-2　　C．-1　　D．1

5．若双曲线的渐近线方程为 $y=\pm 3x$，实轴长为 2，且焦点在 x 轴上，则该双曲线的标准方程为

A．$x^2-\dfrac{y^2}{9}=1$ 或 $\dfrac{y^2}{9}-x^2=1$　　B．$\dfrac{y^2}{9}-x^2=1$

C．$x^2-\dfrac{y^2}{9}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{9}-y^2=1$

6. 函数 $f(x)=x+\sin x$ 在 $\mathbf{R}$ 上是

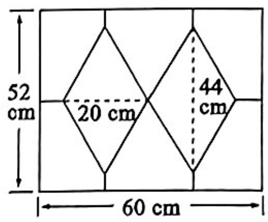
A. 偶函数、增函数　　　　B. 奇函数、减函数

C. 偶函数、减函数　　　　D. 奇函数、增函数

7. 已知 $a=\log_{\frac{1}{2}}3$，$b=\mathrm{e}^{0.5}$，$c=\ln 2$，则

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $b>c>a$　　D. $c>b>a$

8. 中国古建筑中的窗饰融艺术性和实用性于一体，给人以美的享受．如图是一扇窗中的一格，呈长方形，长 60 cm，宽 52 cm，其内部窗芯（不含长方形边框）用一种条形木料做成，由两个完全一样的菱形和六根支条构成，整个窗芯关于长方形边框的两条对称轴成轴对称．现忽略条形木料宽度，设菱形的两条对角线长分别为 20 cm 和 44 cm，现从该窗格中随机取一点，则该点取自菱形外的概率为



A. $\dfrac{67}{78}$　　B. $\dfrac{11}{39}$　　C. $\dfrac{22}{39}$　　D. $\dfrac{28}{39}$

9. 已知样本数据 x_1，x_2，…，x_{2021} 的平均数和方差分别为 2 和 1，若 $y_i=3x+2(i=1，2，3，…，2021)$，则 y_1，y_2，…，y_{2021} 的平均数和方差分别是

A. 2，1　　B. 2，9　　C. 8，1　　D. 8，9

10. “函数 $f(x)=\begin{cases}\log_3 x，x>0，\\ a-2^x，x\leqslant 0\end{cases}$ 有且只有两个零点”是“$a>0$”的

A. 必要不充分条件　　　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

11. 已知点 F_1，F_2 分别为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 的左，右焦点，点 P 是双曲线 C 的一条渐近线上一点，且 $F_1P\perp F_2P$，若三角形 F_1PF_2 的面积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}c^2$，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

12. 在四棱锥 A_1-ABCD 中，$A_1A\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，$AA_1=4$，$BD=4\sqrt{3}$，经过直线 BD 且与直线 A_1C 平行的平面交直线 AA_1 于点 P，则三棱锥 $P-ABD$ 外接球的体积为

A. $\dfrac{4\sqrt{17}}{3}\pi$　　B. $\dfrac{68\sqrt{17}}{3}\pi$　　C. 68π　　D. $\dfrac{114\pi}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 $\boldsymbol{a}=(2-k,3)$，$\boldsymbol{b}=(2,-6)$，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则实数 $k=$______.

14．曲线 $x^2+y^2-2x-6y=0$ 所围成平面区域的面积为______.

15．若方程 $x\ln x-a(x-1)=0$ 恰有一个实数根，则实数 a 的值为______.

16．椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，点 B 为 C 在第一象限中的任意一点，过点 B 作 C 的切线 l，l 分别与 x 轴和 y 轴的正半轴交于 M，N 两点，O 为坐标原点，则 $\triangle OMN$ 面积的最小值为______.

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）

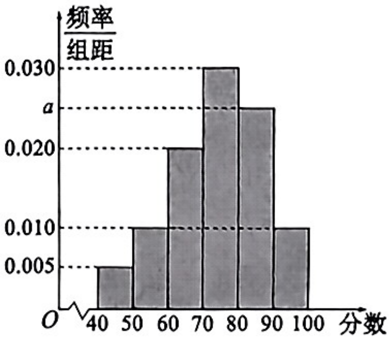
已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-ax^2-3x$.

（1）若 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $y=\dfrac{1}{4}x+1$ 垂直，求实数 a 的值；

（2）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间.

18．（12 分）

现在的高一年级学生将会是四川省首届参加新高考的学生，高考招生计划按历史科目组合与物理科目组合分别编制．为了了解某校高一学生的物理学习情况，在一次全年级物理测试后随机抽取了 100 名学生的物理成绩，将成绩分为 $[40,50)$，$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$ 共 6 组，得到如图所示的频率分布直方图，记分数低于 60 分为不及格.

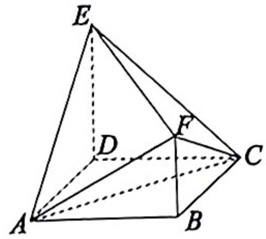


（1）求直方图中 a 的值，并估计本次物理测试的及格率；

（2）在样本中，采取分层抽样的方法从成绩不及格的学生中抽取 6 名作试卷分析，再从这 6 名学生中随机抽取 2 名做面对面交流，求 2 名面对面交流学生的成绩均来自 $[50,60)$ 的概率.

19.（12 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 为正方形，$DE\perp$ 平面 $ABCD$，$DE\parallel BF$，$AD=DE=2$，$BF=1$．



（1）证明：$AC\perp EF$；

（2）求二面角 $A-EC-F$ 的余弦值．

20.（12 分）

函数 $f(x)=(x-2)e^x-ax^2+2ax$，$a\in\mathbf{R}$．

（1）当 $a=0$ 时，证明：$f(x)+e\geqslant 0$；

（2）若 $x=1$ 是 $f(x)$ 的一个极大值点，求实数 a 的取值范围．

21.（12 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且其中一个焦点与抛物线 $y^2=8x$ 的焦点重合．

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）若直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 E 交于不同的 A，B 两点，且满足 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-1$（$O$ 为坐标原点），动点 P 在以 AB 为直径的圆上，求 $\triangle PAB$ 面积的最大值．

22.（10 分）

已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sqrt{2}\cos\theta,\\ y=1+\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），直线 l 的倾斜角为 α，且过点 $P(0,1)$．

（1）求曲线 C 的普通方程与直线 l 的参数方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，且 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}=\sqrt{5}$，求直线 l 的倾斜角 α．