高三数学考试参考答案(理科)

1. B 【解析】本题考查集合的运算,考查数学运算的核心素养.

因为 $A=\{x|-1<x<2\}$,$B=\{x|0<x<4\}$,所以 $A\cup B=(-1,4)$.

2. D 【解析】本题考查复数的有关概念,考查数学运算的核心素养.

因为 $(1+2i)a=1+bi$,所以 $a=1$,$b=2a=2$,所以 $|a-bi|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.

3. C 【解析】本题考查解三角形的知识,考查数学运算的核心素养.

因为 $A+B=\frac{5\pi}{6}$,所以 $C=\frac{\pi}{6}$,由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$,得 $\frac{3}{\sin A}=4$,所以 $\sin A=\frac{3}{4}$.

4. A 【解析】本题考查函数的图象和性质,考查逻辑推理与直观想象的核心素养.

$f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq 0\}$,因为 $f(-x)=(-x+\frac{1}{x})\sin(-x)=(x-\frac{1}{x})\sin x=f(x)$,所以 $f(x)$ 为偶函数,排除 B,D. 当 $x\in(0,1)$ 时,$f(x)<0$,故选 A.

5. D 【解析】本题考查统计的知识,考查数据分析与数学运算的核心素养.

由雷达图可知,400 米跑项目中,甲的得分比乙的得分高,A 错误;甲各项得分的波动较大,乙的各项得分均在(600,800]内,波动较小,B 错误;在铁饼项目中,乙比甲水平高,C 错误;甲的各项得分的极差约为 1000−470=530,乙的各项得分的极差小于 200,D 正确.

6. D 【解析】本题考查线性规划,考查数学运算与直观想象的核心素养.

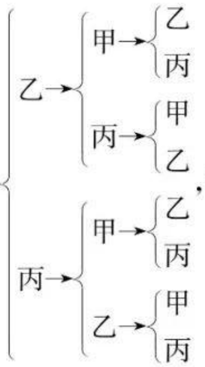
$\frac{y+2}{x+3}$ 表示可行域内的点 (x,y) 与 $(-3,-2)$ 连线所在直线的斜率,画出可行域(图略)知,经过点 $(-1,2)$ 与 $(-3,-2)$ 的直线斜率最大,且最大值为 2,经过点 $(0,-1)$ 与 $(-3,-2)$ 的直线斜率最小,且最小值为 $\frac{1}{3}$,所以 $\frac{y+2}{x+3}$ 的取值范围为 $[\frac{1}{3},2]$.

7. B 【解析】本题考查球面与柱体侧面的交线长度,考查直观想象与数学运算的核心素养.

设 D_1 为 A_1B_1 的中点,连接 C_1D_1(图略),可知 $C_1D_1=\sqrt{3}$,$C_1D_1\perp$ 平面 ABB_1A_1,由 $\sqrt{(\frac{\sqrt{39}}{3})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,得题中所求交线即以 D_1 为圆心,$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 为半径的圆弧,设该圆弧与 AA_1,BB_1 分别相交于点 M,N,经计算可知 $\angle MD_1N=\frac{2\pi}{3}$,故交线长 $l=\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\frac{2\pi}{3}=\frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$.

8. C 【解析】本题考查古典概型,考查数学运算的核心素养.

画出树状图,甲→



,可知所求概率为 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

9. C 【解析】本题考查三角函数的性质，考查数学运算的核心素养.

由题意知 $\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 在 $[0,\frac{3\pi}{4}]$ 内有且仅有两个解. 因为 $x\in[0,\frac{3\pi}{4}]$，所以 $\omega x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{6},\frac{3\omega\pi}{4}-\frac{\pi}{6}]$，则需 $\frac{2\pi}{3}\leqslant\frac{3\omega\pi}{4}-\frac{\pi}{6}<\frac{7\pi}{3}$，解得 $\frac{10}{9}\leqslant\omega<\frac{10}{3}$.

10. A 【解析】本题考查双曲线的性质，考查逻辑推理与数学运算的核心素养.

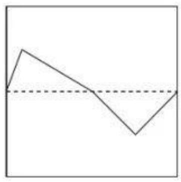
由已知得 $\frac{|F_1Q|}{|F_2Q|}=\frac{5}{3}$，因为 PQ 平分 $\angle F_1PF_2$，所以 $\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|F_1Q|}{|F_2Q|}=\frac{5}{3}$，所以 $\frac{\frac{b^2}{a}+2a}{\frac{b^2}{a}}=\frac{5}{3}$，

整理得 $b^2=3a^2$，由 $c^2-a^2=3a^2$，得 $c^2=4a^2$，所以 $e=\frac{c}{a}=2$.

11. B 【解析】本题考查新定义以及函数的性质，考查逻辑推理的核心素养.

对于①，易知 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f(x)$ 可以是中心为原点且边长为 2 的正方形的“优美函数”，故①正确.

对于②，令 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，所以 $f(x)=4\cos(2x-\frac{\pi}{6})+3$ 图象的对称中心为 $(\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},3)(k\in\mathbf{Z})$，故以 $(\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},3)(k\in\mathbf{Z})$ 为中心的正方形都能被函数 $f(x)=4\cos(2x-\frac{\pi}{6})+3$ 的图象平分，即 $f(x)=4\cos(2x-\frac{\pi}{6})+3$ 可以同时是无数个正方形的“优美函数”，故②错误.



对于③，令 $g(x)=\ln(\sqrt{4x^2+1}-2x)$，易知 $g(x)$ 为奇函数. 又因为 $f(x)$ 的图象是由 $g(x)$ 的图象向下平移一个单位长度得到的，所以 $f(x)$ 图象的对称中心为 $(0,-1)$，故以 $(0,-1)$ 为中心的正方形都能被 $f(x)=\ln(\sqrt{4x^2+1}-2x)-1$ 的图象平分，故③正确.

对于④，如图所示，可知④错误.

12. B 【解析】本题考查逻辑推理，考查数学建模的核心素养以及分类讨论的数学思想.

因为 $20<23$，所以至少要进行一次“乘以 2”的运算.

①若一共只有一次“乘以 2”的运算.

设做了 k 次“减去 3”的运算之后，再“乘以 2”，再做了 t 次“减去 3”的运算后，得数为 $(20-3k)\times2-3t=23$，即有 $6k+3t=17$，其中 $k,t\in\mathbf{N}$，显然无非负整数解.

②若一共只有 2 次“乘以 2”的运算.

设做了 k 次“减去 3”的运算之后，再“乘以 2”，再做了 t 次“减去 3”的运算之后“乘以 2”，再做了 m 次“减去 3”的运算后，得数是 $[(20-3k)\times2-3t]\times2-3m=23$，即有 $4k+2t+m=19$，$k,t,m\in\mathbf{N}$. 当 $k=4$ 时，$\begin{cases}t=1,\\m=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}t=0,\\m=3;\end{cases}$ 当 $k=3$ 时，$t+m>\frac{2t+m}{2}=\frac{7}{2}$；当 $k\leqslant2$ 时，$t+m>\frac{2t+m}{2}\geqslant\frac{11}{2}$. 所以 $k+t+m$ 的最小值为 6，即至少运算 8 次，过程为 $[(20-3-3-3-3)\times2-$

$3]\times2-3=23$.

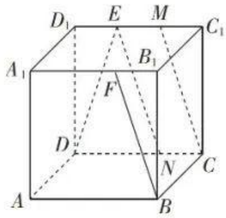
③若一共有 3 次或 3 次以上“乘以 2”的运算，总运算次数显然不止 8 次.

所以至少运算 8 次.

13. 5 **【解析】本题考查平面向量的垂直，考查数学运算的核心素养.**

因为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(m-3,3)$，$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，所以 $3(m-3)-3\times2=0$，解得 $m=5$.

14. $\frac{4}{5}$ **【解析】本题考查立体几何初步的知识，考查直观想象的核心素养.**



在棱 CD，C_1D_1 上分别取点 N，M，使得 $CN=\frac{1}{3}CD$，$C_1M=\frac{1}{3}C_1D_1$，连接 CM，NE，可知 $BF/\!/CM/\!/NE$，则 $\angle DEN$ 为直线 DE 与 BF 所成的角. 设 $AB=3$，在 $\triangle DEN$ 中，易得 $DE=\sqrt{10}$，$NE=\sqrt{10}$，$DN=2$，设 $\angle DEN=\theta$，则 $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{1}{\sqrt{10}}$，从而 $\cos\theta=1-2\times\frac{1}{10}=\frac{4}{5}$.

15. $x^2=2y$；$\frac{3}{2}$（答案不唯一，只要 $0<p<2$，且所求距离为 $\frac{4}{2}-\frac{p}{2}$ 即可） **【解析】本题考查抛物线的定义及性质，考查直观想象的核心素养.**

易知过焦点的弦中，通径最短，所以 $2p<4$，解得 $0<p<2$. 设该弦所在的直线与 C 的交点分别为 A，B，则弦 AB 的中点到 x 轴的距离为 $\frac{|AB|}{2}-\frac{p}{2}$. 取 $p=1$，则抛物线 C 的方程为 $x^2=2y$，此时弦 AB 的中点到 x 轴的距离为 $\frac{3}{2}$.

16. ①③④ **【解析】本题考查不等关系，考查逻辑推理与数学运算的核心素养.**

因为 $x^2=y^3<1$，所以 $y=x^{\frac{2}{3}}<1$，所以 $0<x<y<1$，①正确，②错误；

令 $g(x)=|y-x|=y-x=x^{\frac{2}{3}}-x$，则 $g'(x)=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}-1$，当 $0<x<\frac{8}{27}$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，当 $x>\frac{8}{27}$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，所以 $g(x)_{\max}=g(\frac{8}{27})=\frac{4}{27}$，③正确；

令 $h(x)=|y^2-x^2|=y^2-x^2=x^{\frac{4}{3}}-x^2$，则 $h'(x)=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}-2x$，可知当 $0<x<\frac{2\sqrt{6}}{9}$ 时，$h(x)$ 单调递增，当 $x>\frac{2\sqrt{6}}{9}$ 时，$h(x)$ 单调递减，所以 $h(x)_{\max}=h(\frac{2\sqrt{6}}{9})=\frac{4}{27}$，④正确.

17. 解：(1)设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，因为 $a_2=4$，$2a_4-a_5=7$，

所以 $2(4+2d)-(4+3d)=7$，解得 $d=3$，从而 $a_1=1$， ………………………… 2 分

所以 $a_n=3n-2$. ………………………………………………………… 3 分

设 $\{b_n\}$ 的公比为 q，因为 $b_4+b_5=8(b_1+b_2)$，所以 $\frac{b_4+b_5}{b_1+b_2}=q^3=8$，解得 $q=2$， ………… 5 分

因为 $b_3=4$，所以 $b_1=\frac{4}{2^2}=1$， ………………………………………… 6 分

所以 $b_n=2^{n-1}$. ………………………………………………………… 7 分

(2)因为 $c_n=\frac{3}{(3n-2)(3n+1)}+2^{n-1}$，所以 $c_n=\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1}+2^{n-1}$，…………………… 9 分

所以 $S_n=(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1})+(1+2+\cdots+2^{n-1})$，……………… 10 分

所以 $S_n=(1-\frac{1}{3n+1})+\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-\frac{1}{3n+1}$. ………………………………………………… 12 分

18. 解：(1) $\mu=35\times0.025+45\times0.15+55\times0.2+65\times0.25+75\times0.225+85\times0.1+95\times0.05$ $=65$，……………………………………………………………………………………………… 2 分

$\sigma^2=(35-65)^2\times0.025+(45-65)^2\times0.15+(55-65)^2\times0.2+0+(75-65)^2\times0.225+(85-65)^2\times0.1+(95-65)^2\times0.05=210$，…………………………………………………… 3 分

所以 $\sigma\approx14.5$，$X\sim N(65,14.5^2)$，

所以 $P(50.5<X\leqslant94)=P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=\frac{0.9545}{2}+\frac{0.6827}{2}=0.8186$. ………… 4 分

(2) ξ 的可能取值为 10，20，30，40，

$P(X\leqslant55)=\frac{3}{8}$，$P(X>55)=\frac{5}{8}$， ……………………………………………………… 5 分

$P(\xi=10)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{32}$，

$P(\xi=20)=\frac{3}{8}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{57}{128}$， ……………………………………………… 7 分

$P(\xi=30)=\frac{5}{8}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times2=\frac{15}{64}$，

$P(\xi=40)=\frac{5}{8}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{128}$， ………………………………………………………… 9 分

所以 ξ 的分布列为

ξ	10	20	30	40
P	$\frac{9}{32}$	$\frac{57}{128}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{5}{128}$

……………………………………………………………………………………………………… 10 分

$E(\xi)=10\times\frac{9}{32}+20\times\frac{57}{128}+30\times\frac{15}{64}+40\times\frac{5}{128}=\frac{325}{16}$， ……………………………… 11 分

故此次抽奖要准备的学习用品的价值总额约为 $320\times\frac{325}{16}=6500$ 元. …………………… 12 分

19. (1)证明：在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$BC=AD=1$，$AB=2$，

过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E(图略)，则 $BE=\frac{1}{2}$，可知 $\angle ABC=60^\circ$， ……………………… 2 分

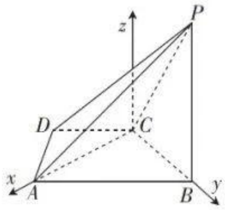
由余弦定理知 $AC^2=1^2+2^2-2\times1\times2\times\frac{1}{2}=3$，

则 $AC^2+BC^2=AB^2$，所以 $AC\perp BC$. ……………………………………………………… 4 分

又 $AC\perp PC$，$BC\cap PC=C$，$BC,PC\subset$ 平面 PBC，所以 $AC\perp$ 平面 PBC. ……………… 5 分

又 $AC\subset$ 平面 $ABCD$，所以平面 $ABCD\perp$ 平面 PBC. ………………………………… 6 分

(2)解：以 C 为坐标原点，$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴的正方向建立空间直角坐标系.



因为 $AC\perp$ 平面 PBC，$PB\perp BC$，所以 $A(\sqrt{3},0,0)$，$B(0,1,0)$，$P(0,1,2\sqrt{3})$，$D(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0)$，$\overrightarrow{CD}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0)$，$\overrightarrow{CP}=(0,1,2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{PA}=(\sqrt{3},-1,-2\sqrt{3})$. ………………………………… 8 分

设平面 PCD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{CD}\cdot\boldsymbol{n}=\frac{\sqrt{3}x}{2}-\frac{1}{2}y=0,\\ \overrightarrow{CP}\cdot\boldsymbol{n}=y+2\sqrt{3}z=0,\end{cases}$ 取 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},-\frac{1}{2})$. ………………………………… 10 分

设直线 PA 与平面 PCD 所成的角为 θ，则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{PA},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3}|}{4\times\frac{\sqrt{17}}{2}}=\frac{\sqrt{51}}{34}$，

即直线 PA 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{51}}{34}$. ………………………………… 12 分

20. 解：(1)由 $e^2=\frac{2}{3}=1-\frac{b^2}{a^2}$，得 $a^2=3b^2$，………………………………… 1 分

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{3b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，………………………………… 2 分

把点 $(\sqrt{3},1)$ 的坐标代入上式，得 $\frac{3}{3b^2}+\frac{1}{b^2}=1$，可得 $b^2=2$，………………………………… 3 分

所以 $a^2=6$，$c=2$，故椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$. ………………………………… 4 分

(2)由(1)知焦点 F 的坐标为 $(2,0)$，若直线 l 的斜率为 0，则 O,A,B 三点不能构成三角形，所以直线 l 的斜率不为 0，设直线 l 的方程为 $x=my+2$，

联立方程组 $\begin{cases}x=my+2,\\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1,\end{cases}$ 消去 x，得 $(m^2+3)y^2+4my-2=0$，………………………………… 5 分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=-\frac{4m}{m^2+3}$，$y_1y_2=-\frac{2}{m^2+3}$，………………………………… 6 分

$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|OF|\cdot|y_1-y_2|=|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{(-\frac{4m}{m^2+3})^2+4\times\frac{2}{m^2+3}}$

$=\frac{2\sqrt{6}\sqrt{m^2+1}}{m^2+3}$. ………………………………… 8 分

令 $\sqrt{m^2+1}=t(t\geqslant1)$，则 $S_{\triangle OAB}=\frac{2\sqrt{6}t}{t^2+2}=\frac{2\sqrt{6}}{t+\frac{2}{t}}\leqslant\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{3}$，当且仅当 $t=\sqrt{2}$ 时，等号成立，即 $\triangle OAB$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$. ………………………………… 10 分

令 $\sqrt{m^2+1}=\sqrt{2}$，解得 $m=\pm 1$，所以此时直线 l 的方程为 $x-y-2=0$ 或 $x+y-2=0$. …………………………………………………… 12 分

21. (1)证明：令 $h(x)=f'(x)=e^x-\sin x-\cos x$，则 $h'(x)=e^x-\cos x+\sin x$. ………… 1 分

当 $0\leqslant x<\pi$ 时，$h'(x)=e^x-\cos x+\sin x\geqslant 1-\cos x+\sin x\geqslant 0$， ……………………… 2 分

当 $x\geqslant\pi$ 时，$h'(x)=e^x-\cos x+\sin x\geqslant e^\pi-\cos x+\sin x>1-\cos x+1+\sin x\geqslant 0$， …… 3 分

即当 $x\geqslant 0$ 时，$h'(x)\geqslant 0$，所以 $h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，则 $f'(x)=h(x)\geqslant h(0)=0$，

故当 $x\geqslant 0$ 时，$f'(x)\geqslant 0$ 成立. ……………………………………………………………… 4 分

(2)解：$g(x)=0$，即 $e^{2x-\frac{\pi}{2}}[f(x)+f(2x)-e^{2x}]-1=0$，

所以 $f(x)=e^{\frac{\pi}{2}-2x}-f(2x)+e^{2x}=e^{\frac{\pi}{2}-2x}+\sin 2x-\cos 2x$

$=e^{\frac{\pi}{2}-2x}+\cos(\frac{\pi}{2}-2x)-\sin(\frac{\pi}{2}-2x)=f(\frac{\pi}{2}-2x)$. ……………………………………… 5 分

设 $t(x)=f(x)-f(\frac{\pi}{2}-2x)$，由(1)可知当 $x\geqslant 0$ 时，$f'(x)\geqslant 0$，所以 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，从而 $f(x)\geqslant f(0)=2$.

下面证明：当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=e^x+\cos x-\sin x\leqslant 2$，即证 $\dfrac{2+\sin x-\cos x}{e^x}\geqslant 1$.

设 $\varphi(x)=\dfrac{2+\sin x-\cos x}{e^x}$，则 $\varphi'(x)=\dfrac{2\cos x-2}{e^x}\leqslant 0$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，从而 $\varphi(x)\geqslant\varphi(0)=1$，即当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=e^x+\cos x-\sin x\leqslant 2$. …………………………………………………………………………… 6 分

当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$x=\frac{\pi}{2}-2x$，$t(x)=f(x)-f(\frac{\pi}{2}-2x)=0$，所以 $\frac{\pi}{6}$ 是 $g(x)$ 的零点； ……… 7 分

当 $0<x<\frac{\pi}{6}$ 时，$\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}-2x<\frac{\pi}{2}$，$f(x)<f(\frac{\pi}{2}-2x)$，即 $t(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{6})$ 上无零点；…………………………………………………………………………………… 8 分

当 $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{4}$ 时，$0<\frac{\pi}{2}-2x<\frac{\pi}{6}$，$f(x)>f(\frac{\pi}{2}-2x)$，即 $t(x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})$ 上无零点；…………………………………………………………………………………… 9 分

当 $x\geqslant\frac{\pi}{4}$ 时，$\frac{\pi}{2}-2x\leqslant 0$，所以 $f(x)>2$，$f(\frac{\pi}{2}-2x)\leqslant 2$，即 $t(x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $[\frac{\pi}{4},+\infty)$ 上无零点； ………………………………………………………………………………… 10 分

当 $x\leqslant 0$ 时，$\frac{\pi}{2}-2x\geqslant\frac{\pi}{2}$，所以 $f(\frac{\pi}{2}-2x)\geqslant f(\frac{\pi}{2})>f(0)=2\geqslant e^x+\cos x-\sin x=f(x)$，即 $t(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上无零点. ………………………………………………… 11 分

综上，$g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上只有 1 个零点. ………………………………………………… 12 分

22. 解：(1) $(x+5)^2+y^2=24$ 可化为 $x^2+y^2+10x+1=0$， ……………………………… 2 分

因为 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，所以 $x^2+y^2+10x+1=0$ 可化为 $\rho^2+10\rho\cos\theta+1=0$，

即圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2+10\rho\cos\theta+1=0$. ……………………………………………… 4 分

(2)因为直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\y=2t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数),当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$时,直线 l 与 C 没有交点,所以 $\alpha\neq\frac{\pi}{2}$,所以$\frac{y}{x}=2\tan\alpha$,

即直线 l 的普通方程为 $2x\tan\alpha-y=0$. ………………………………………… 5 分

设圆心 C 到直线 l 的距离为 d,则 $d=\frac{|-10\tan\alpha|}{\sqrt{4\tan^2\alpha+1}}$, ……………………………… 6 分

由 $d^2=24-(\frac{|AB|}{2})^2$,得$\frac{100\tan^2\alpha}{4\tan^2\alpha+1}=24-4$, …………………………………… 8 分

解得 $\tan^2\alpha=1$,即 $\tan\alpha=\pm1$. ……………………………………………………… 9 分

所以 l 的斜率为±2. ……………………………………………………………………… 10 分

23. 解:(1)因为 $f(x)=\begin{cases}-2x-1,x\leqslant-2,\\3,-2<x<1,\\2x+1,x\geqslant1,\end{cases}$ ……………………………………… 3 分

所以不等式 $f(x)\leqslant7$ 可化为$\begin{cases}x\leqslant-2,\\-2x-1\leqslant7\end{cases}$或$\begin{cases}-2<x<1,\\3\leqslant7\end{cases}$或$\begin{cases}x\geqslant1,\\2x+1\leqslant7,\end{cases}$ ……………… 4 分

解得$-4\leqslant x\leqslant3$,即不等式 $f(x)\leqslant7$ 的解集为$[-4,3]$. ………………………………… 5 分

(2)因为$|x-1|+|x+2|\geqslant|(x-1)-(x+2)|=3$,当且仅当$(x-1)(x+2)\leqslant0$,即$-2\leqslant x\leqslant1$ 时,等号成立,所以 $t=3$,从而 $a+2b+3c=3$. …………………………………… 7 分

又 $a^2+2b^2+3c^2=a^2+(\sqrt{2}b)^2+(\sqrt{3}c)^2$,所以 $a+2b+3c=1\times a+\sqrt{2}\times(\sqrt{2}b)+\sqrt{3}\times(\sqrt{3}c)\leqslant\sqrt{[1^2+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2]\cdot[a^2+(\sqrt{2}b)^2+(\sqrt{3}c)^2]}$, ……………………………………… 9 分

即 $3^2\leqslant6(a^2+2b^2+3c^2)$,当且仅当 $a=\frac{\sqrt{2}b}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}c}{\sqrt{3}}$,即 $a=b=c$ 时,等号成立,

所以 $a^2+2b^2+3c^2\geqslant\frac{3}{2}$,即 $a^2+2b^2+3c^2$ 的最小值为$\frac{3}{2}$. …………………………………… 10 分

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。